



Université de Constantine 3  
Faculté de Génie des Procédés  
Département de Génie de l'Environnement

ETUDE DE LA CONVECTION MIXTE DANS UNE CAVITE REMPLIE  
DE NANOFUIDES ET CHAUFFEE PAR UNE SOURCE DE CHALEUR  
CENTRALE

THESE

Présentée pour l'obtention  
du diplôme de Doctorat en Génie des procédés

Par

M<sup>me</sup> Fatima-Zohra BOUFRIOUA Née BENSOUICI

Année universitaire  
2019-2020



Université de Constantine 3  
Faculté de Génie des Procédés  
Département de Génie de l'Environnement

N° de série :

N° d'ordre :

ETUDE DE LA CONVECTION MIXTE DANS UNE CAVITE REMPLIE  
DE NANOFUIDES ET CHAUFFEE PAR UNE SOURCE DE CHALEUR  
CENTRALE

THESE

Présentée pour l'Obtention  
du Diplôme de Doctorat en Génie des Procédés

Par

M<sup>me</sup> Fatima-Zohra BOUFRIOUA Née BENSOUICI

Devant le Jury Composé de :

M <sup>me</sup> Fouzia CHIKHI	Présidente	MCA	Université Salah Boubnider Constantine 3
M <sup>me</sup> Samah ZERMANE	Directrice de thèse	MCA	Université Salah Boubnider Constantine 3
M <sup>me</sup> Hassina BEZAZE	Examinatrice	MCA	Université Salah Boubnider Constantine 3
M <sup>r</sup> Zoubir NEMOUCHI	Examineur	Professeur	Université Frères Mentouri Constantine1
M <sup>r</sup> Omar KHOLAI	Examineur	Professeur	Université Frères Mentouri Constantine1
M <sup>r</sup> Ouacil SAOULI	Examineur	MCA	ENPC Université Constantine3

Année Universitaire  
2019-2020

## REMERCIEMENTS

En préambule, je souhaite rendre grâce à Dieu, le clément et miséricordieux de m'avoir donné la force, le courage et la patience d'aboutir à ce stade vingt sept années après avoir obtenu mon ingénieur d'état et quitté les bancs de l'université !

Je tiens à remercier sincèrement mon encadreur M<sup>r</sup>. **BOUDEBOUS SAADOUN**, Professeur à l'Université de Constantine 3 pour m'avoir suivie et dirigée tout au long de la réalisation de cette thèse et du mémoire de Magistère qui l'a précédée. Je le remercie aussi pour la confiance qu'il a placée en moi, pour sa disponibilité permanente, pour sa patience et ses conseils. Aussi, je remercie M<sup>me</sup> **ZERMANE Samah** pour avoir accepté de m'encadrer et finaliser le travail qu'a entamé M<sup>r</sup> **BOUDEBOUS**.

Je souhaite également remercier les membres du jury : M<sup>me</sup> **Chikhi Fouzia** maître de conférences à l'Université Constantine 3 qui m'a fait l'honneur d'accepter de présider le jury. Je remercie également Messieurs **Zoubir NEMOUCHI**, **Omar KHOLAI** professeurs au département de génie mécanique, Université Constantine 1, M<sup>r</sup> **Ouacil SAOULI** maître de conférence à l'école polytechnique de Constantine 3, M<sup>me</sup> **Hassina BEZAZE** maître de conférence à l'université Constantine 3, pour l'importance qu'ils ont accordée à mon travail en acceptant d'être membres de ce jury et pour le temps qu'ils ont consacré à l'examen de cette thèse.

Enfin, mes remerciements sont également destinés à tous ceux et celles qui de près ou de loin m'ont apporté aide et encouragements, qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude

Fatima-zohra

## DEDICACES

Je dédie ce mémoire en particulier

au prophète Mohamed (ص)

A la mémoire de mon cher père qui m'a inculqué depuis mon jeune âge l'amour des mathématiques et des sciences.

A ma mère, ma première enseignante à l'école, toujours présente avec sa bonté et sa générosité.

A la mémoire de mes grands-parents pour toute la tendresse avec laquelle ils m'ont entourée.

A mon cher mari Ahmed pour son soutien indéfectible et à mes adorables enfants.

A Moumtez, mon frère pour son soutien et ses conseils avisés.

A mes chers frères et sœurs et mes neveux chéris.

Fatima-Zohra

# SOMMAIRE

Liste des figures	vii
Liste des tableaux	ix
Nomenclature	x
Résumé	xi
Abstract	xii
Résumé arabe	xiii
Introduction générale	1
<b>Chapitre I Généralités et revue bibliographique</b>	<b>4</b>
I.1 Généralités sur les nanofluides	4
I.1.1 Définition des nanofluides	4
I.1.2 Les nanoparticules et les fluides porteurs	4
I.1.3 Mécanismes du transport thermique dans les nanofluides	5
I.1.4 Propriétés thermophysiques des nanofluides	6
-Masse volumique	6
-Chaleur spécifique	7
-Expansion thermique	7
-Viscosité dynamique	8
-Conductivité thermique	9
I. 2 Revue Bibliographique	12
I. 3 Conclusion	48
<b>Chapitre II Géométrie du problème et formulation mathématique</b>	
II.1 Introduction	50

II.2	Eléments mathématiques de base	50
II.2.1	Equation de continuité	50
II.2.2	Equation de quantité de mouvement	50
II.2.3	Equation d'énergie	51
II.3	Hypothèses simplificatrices	52
II.4	Géométrie du problème et formulation mathématiques	52
II.4.1	Géométrie du problème et propriétés thermophysiques des nanofluides	52
II.4.2	Modèle mathématique et équations dimensionnelles	53
II.4.3	Adimensionalisation des équations	55
II.4.4	Conditions aux limites	56
<b>Chapitre III</b>	<b>Formulation numérique</b>	57
III.1	Introduction	57
III.2	Maillage	57
III.3	Forme générale de l'équation de transport	58
III.4	Discrétisation de l'équation générale de transport	59
III.5	Schéma numérique	60
III.6	Fonction $A(P)$ pour différents schémas numériques	62
III.7	Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant X et Y	62
III.7.1.	Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant X	62
III.7.2.	Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant Y	63
III.8	Discrétisation de l'équation de l'énergie	63
III.9	Résolution du système d'équation	64
III.10	Algorithme SIMPLER	65
III.11	Résumé de l'algorithme SIMPLER	69

III.12	Méthode de résolution	70
III.13	Critère de convergence	72
III.14	Organigramme du code calcul	73
	<b>Chapitre IV Résultats et discussion</b>	<b>74</b>
IV.1	Présentation des résultats	74
IV.2	Résultats	75
IV.2.1	Effet du maillage sur la solution numérique	76
IV.2.2	Validation du code de calcul	77
IV.2.3	Effet du nombre de Richardson	78
IV.2.4	Effet de la taille de la source de chaleur	84
IV.2.5	Effet de la fraction volumique du nanofluide	88
IV.2.6	Effet de la nature du nanofluide	96
	Conclusion générale	100

#### Références bibliographiques

Annexe: Publication internationale: Mixed Convection of nanofluids inside a lid-driven cavity heated by a central square heat source, Fluid Dynamic Material processing FDMP Tech science, volume 13, No3,pp.189-212,2017

## LISTE DES FIGURES

## Figure

1.1	Schéma de la cavité <b>Ghasemi et al., 2009</b> .....	12
1.2	Représentation de la cavité <b>ogut, 2009</b> .....	13
1.3	Représentation de la cavité <b>Lin et Violi, 2010</b> .....	14
1.4	Représentation de la cavité <b>Abu Nada et al., 2011</b> .....	15
1.5	Représentation de la cavité <b>Roslan et al.,2012</b> .....	16
1.6	Schéma de la cavité <b>Dehnavi et al.,2012</b> .....	17
1.7	Schéma de la cavité carrée et distribution des HACS <b>Garoosi et al., 2013</b> .....	18
1.8	Représentation de la cavité <b>Wang et al.,2013</b> .....	18
1.9	Schéma de la cavité <b>Ghasemi, 2013</b> .....	19
1.10	Schéma de la cavité <b>Sivasankaran et Pan,2014</b> .....	19
1.11	Représentation de la cavité <b>Cho, 2014</b> .....	20
1.12	Représentation de la cavité <b>Rashidi et al., 2014</b> .....	21
1.13	Schéma du Modèle physique <b>Hosseini et al., 2014</b> .....	22
1.14	Schéma de la cavité carrée <b>Ravnik et Škerget ,2015</b> .....	22
1.15	Schéma de la cavité <b>Bouchoucha et Bessaïh,2015</b> .....	23
1.16	Schéma de la cavité <b>Sheremet et al., 2016</b> .....	24
1.17	Schéma de la cavité de <b>Tiwari et al., 2006</b> .....	25
1.18	Géométrie de la cavité <b>Shahi et al.,2009</b> .....	25
1.19	Schéma de la cavité <b>Abu Nada et al., 2010</b> .....	26
1.20	Schéma de la cavité <b>Muthtamilselvan et al.,2010</b> .....	26
1.21	Représentation de la cavité <b>Rahman et al.,(2011)</b> .....	27
1.22	Schéma des trois configurations de la cavité <b>Chamkha et al., 2011</b> .....	28
1.23	Configurations physiques <b>Bhuvaneswari et al., 2011</b> .....	29
1.24	Géométrie de la cavité <b>Arani et al.,2012</b> .....	29
1.25	Géométrie de la cavité <b>Salari et al.,2012</b> .....	30
1.26	Schéma de la cavité <b>Rahman et al., 2012</b> .....	31
1.27	Schéma de la cavité <b>Sheikhzadeh et al., 2012</b> .....	31
1.28	Schéma de la cavité <b>Islam et al., 2012</b> .....	32
1.29	Schéma de la cavité <b>Cho et al .,2013</b> .....	33
1.30	Schéma de la cavité <b>Izadi et al.,2014</b> .....	34
1.31	Schéma de la cavité <b>Selimefendigil et Oztop.,2014</b> .....	34
1.32	Géométrie du problème <b>Moghari et al., 2014</b> .....	35
1.33	Représentation de la cavité <b>Morshed et al.,2014</b> .....	36
1.34	Schéma de la cavité <b>Moumni et al.,2014</b> .....	36
1.35	Schéma de la cavité <b>Kalteh et al.,2014</b> .....	37
1.36	Schéma de la cavité <b>Esfe et al.,2015</b> .....	38
1.37	Schéma de la cavité <b>Zeghibid et Bessaïh,2017</b> .....	39
1.38	Schéma de la cavité <b>Oztop et al.,2017</b> .....	39
1.39	Schéma de la cavité <b>Gangawane et al.,2018</b> .....	40
1.40	Schéma de l'installation expérimentale <b>Putra et al.,2003</b> .....	41
1.41	Schéma de l'installation expérimentale <b>Wen et Ding.,2005</b> .....	42
1.42	Schéma de l'installation expérimentale <b>Gherasim et al., 2009</b> .....	43
1.43	Schéma de l'installation expérimentale <b>Ghazvini et al.,2011</b> .....	44
1.44	Schéma de l'installation expérimentale <b>Heyhat et al., 2012</b> .....	45
1.45	Configuration de la cavité <b>ALI et al.2013</b> .....	46
1.46	Schéma de l'installation expérimentale <b>Rashmi et al.,2013</b> .....	47
1.47	Schéma de l'installation expérimentale et structure de la cavité <b>Hu et al.2014</b> .....	48
2.1	Géométrie du problème considéré.....	53

3.1	Volume de contrôle typique.....	57
3.2	Localisation des quantités vectorielles (U et V).....	58
3.3	Organigramme du code calcul.....	73
4.1	Maillage 80× 80 de la cavité.....	77
4.2	Variation du nombre de Nusselt moyen sur la surface de la source de chaleur en fonction du nombre de Richardson ( $Ri= 0.01, 1, 10, 100$ ), pour le nanofluide cuivre-eau, $S=0.25$ , $Re=100$ et $\varphi=0.04$ .....	79
4.3	Isothermes (a) lignes de courant (b) et champs de vitesse (c) pour une cavité remplie du nanofluide cuivre-eau à différents nombres de Richardson ( $Ri = 0.01, 1, 10, 100$ ), pour $Re =100$ , $S=0.25$ et $\varphi=0.04$ .	81
4.4	Profils (a) v-vitesse et u-vitesse (b) le long des plans médians horizontal et vertical respectivement dans une cavité remplie du nanofluide cuivre-eau à différents nombres de Richardson ( $Ri = 0.01, 1, 10$ ), $Re=100$ , $S=0.25$ et $\varphi=0.04$ .....	82
4.5	Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Richardson ( $Ri = 0.01, 0.1, 1, 100$ ), pour différentes tailles de la source de chaleur ( $S= 0.25, 0.50, 0.75$ ), $Re=100$ et $\varphi=0.04$ .....	85
4.6	Isothermes (a) lignes de courant (b) et champs de vitesse (c) pour une cavité remplie du nanofluide cuivre-eau et pour les tailles suivantes de la source de chaleur ( $S =0.25, 0.5, 0.75$ ), $Ri=0.01, Re=100$ et $\varphi = 0.04$ .....	85
4.7	Isothermes (a) lignes de courant (b) et champs de vitesse (c) pour une cavité remplie du nanofluide cuivre-eau et pour les tailles suivants de la source de chaleur ( $S=0.25, 0.5, 0.75$ ), $Ri = 1$ , $Re=100$ et $\varphi = 0.04$ .....	87
4.8	Isothermes (a) lignes de courant (b) et champs de vitesse (c) pour une cavité remplie du nanofluide cuivre-eau et pour les tailles suivantes de la source de chaleur( $S =0.25, 0.5, 0.75$ ), $Ri=10, Re=100$ et $\varphi = 0.04$ .....	89
4.9	Profils (a) v-vitesse et(b) u-vitesse le long des plans médians horizontal et vertical pour une cavité remplie du nanofluide cuivre-eau et pour différentes tailles de la source ( $S= 0.25,0.50,0.75$ ) et à des nombres de Richardson ( $Ri = 0.01,1,10$ ), $Re=100$ et $\varphi = 0.04$ .....	90
4.10	Effet de la fraction volumique sur le nombre de Nusselt moyen à différents nombres de Richardson ( $Ri = 0.01,1,10,100$ ). La cavité est remplie du nanofluide cuivre-eau, $Re=100$ et $S=0.25$ .....	91
4.11	Isothermes (a) lignes de courant (b) et champs de vitesse (c) dans une cavité remplie du nanofluide cuivre-eau à différentes fractions volumiques ( $\varphi = 0, 0.02, 0.04$ et $0.06$ ) pour $Ri=0.01$ , $Re=100$ et $S=0.25$ .....	93
4.12	Isothermes (a) lignes de courant (b) et champs de vitesse (c) dans une cavité remplie du nanofluide cuivre-eau à différentes fractions volumiques ( $\varphi = 0, 0.02, 0.04$ et $0.06$ ) pour $Ri=1$ , $Re=100$ et $S= 0.25$ .....	94
4.13	Isothermes (a) lignes de courant (b) et champs de vitesse (c) dans une cavité remplie du nanofluide cuivre-eau à différentes fractions volumiques ( $\varphi = 0, 0.02, 0.04$ et $0.06$ ) pour $Ri=10$ , $Re=100$ et $S= 0.25$ .....	95
4.14	Profils (a) v-vitesse et u-vitesse (b) le long des plans médians horizontal et vertical dans une cavité remplie du nanofluide cuivre-eau à différents nombres de Richardson ( $Ri = 0.01, 1, 10$ ), différentes fractions volumiques du nanofluide ( $\varphi =0.0, 0.04, 0.06$ ), $Re= 100$ et $S=0.25$ .....	97
4.15	Comparaison entre le nombre de Nusselt moyen du nanofluide cuivre-eau à $\varphi = 0.06$ avec le nombre de Nusselt moyen obtenu pour l'eau pure pour différents nombre de Richardson ( $Ri= 0.01,0.1,1,10,100$ ), $Re=100$ et $S=0.25$ .	99

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau		Page
2.1	Les propriétés Thermophysiques du fluide de base et des nanoparticules à 298 K	53
3.1	Variable $\phi$ , coefficient de diffusion $\Gamma$ et le terme source $S_\phi$ pour les équations de notre problème.	58
3.2	Les expressions de la fonction $A( P )$ pour différents schémas numériques.	62
4.1	Nombre de Nusselt moyen, de la source de chaleur, obtenu pour chaque maillage. $S=0.25$ , $\phi=0.04$ , $Re=100$ , $Ri=0.1$ .	76
4.2	Comparaison du nombre de Nusselt moyen obtenu dans notre étude avec le Num obtenu dans les résultats de Rahman et al.	78
4.3	Comparaison du nombre de Nusselt moyen obtenu dans notre étude avec le Num obtenu dans les résultats de Muthtamilselvan et al.	78
4.4	Variation des nombres Num1, Num2, Num3, and Num 4 sur les faces de la source de chaleur en fonction du nombre de Richardson, la cavité est remplie du nanofluide cuivre-eau, $\phi=0.04$ , $Re=100$ et $S=0.25$	80
4.5	Variation de la fonction de courant maximum avec le nombre de Richardson, $Re=100$ $\phi=0.04$ et $S=0.25$ .	83
4.6	Variation de la fonction de courant maximum avec la fraction volumique du nanofluide à différents nombres de Richardson, $Re=100$ et $S=0.25$ .	92
4.7	Variation du nombre de Nusselt moyen à la surface de la source de chaleur avec le type de nanofluide, à différents nombres de Richardson, $\phi=0.04$ , $Re=100$ et $S=0.25$ .	98
4.8	Pourcentage de l'accroissement du transfert de chaleur pour différents nanofluides par rapport à l'eau pure à différents nombres de Richardson, $\phi=0.04$ , $Re=100$ et $S=0.25$ .	98

## NOMENCLATURE

$A_P, A_E, A_W, A_N, A_S:$	Coefficients de l'équation algébrique de transport discrétisée [-]
$A( P ):$	Fonction d'un schéma numérique [-]
$A :$	Elément de la matrice tri-diagonale [-]
$B :$	Elément de la matrice tri-diagonale [-]
$b (i,j) :$	Terme source dans l'équation de transport discrétisée [-]
$c :$	Elément de la matrice tri-diagonale [-]
$C_p:$	Chaleur spécifique à pression constante [ $Jkg^{-1} K^{-1}$ ]
$D_e, D_w, D_n, D_s:$	Flux diffusifs aux interfaces e,w,n,s de l'équation de transport discrétisée [-]
$F_e, F_w, F_n, F_s:$	Flux convectifs aux interfaces e,w,n,s de l'équation de transport Discrétisée [-]
$g :$	Accélération de la pesanteur [ $ms^{-2}$ ]
$k :$	Conductivité thermique [ $Wm^{-1}K^{-1}$ ]
$L :$	Côté de la source de chaleur[m]
$i, j :$	Coordonnées logiques des points [-]
$IL, JL :$	Nombre de volumes de contrôle suivant la direction i et j [-]
$L :$	Côté de la cavité [m]
$Num = \frac{-k_{nf}}{k_r} \int_A \frac{\partial \theta}{\partial X} dY$	Nombre du Nusselt moyen [-]
Num 1 :	Nombre de Nusselt moyen de la face gauche
Num 2 :	Nombre de Nusselt moyen de la face supérieure
Num 3 :	Nombre de Nusselt moyen de la face droite
Num 4 :	Nombre de Nusselt moyen de la face inférieure
Num,w :	Nombre de Nusselt moyen de la source de chaleur pour l'eau pure
$p :$	pression [Pa]
$P :$	Pression adimensionnelle [-]
$P_e, P_w, P_n, P_s:$	Nombre de Peclet aux interfaces e,w,n,s

$\dot{q}$ :	La génération de chaleur par unité de volume (densité de chaleur volumétrique).
$S$ :	Taille adimensionnelle de la source de chaleur ( $S = l/L$ )
$S_\phi$ :	Terme source de $\phi$ dans l'équation discrétisée
$T$ :	température [K]
$T_0$ :	Température de référence [K]
$U_0$ :	Vitesse de la paroi supérieure [ $\text{ms}^{-1}$ ]
$u, v$ :	Composants de la vitesse dans les directions $x, y$ [ $\text{ms}^{-1}$ ]
$U, V$ :	Composants adimensionnels de la vitesse
$x, y$ :	Coordonnées cartésiennes [m]
$X, Y$ :	Coordonnées adimensionnelles
$t$ :	Temps dimensionnel [s]
<b>Symboles grecques</b>	
$\alpha$ :	Diffusivité thermique [ $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ]
$\phi$ :	Fraction volumique des nanoparticules
$\mu$ :	Viscosité dynamique [ $\text{Kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$ ]
$\beta$ :	Coefficient d'expansion thermique à pression constante [ $\text{K}^{-1}$ ]
$\theta$ :	Température adimensionnelle ( $= (T-T_c)/(T_h-T_c)$ )
$\nu$ :	Viscosité cinématique [ $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ]
$\rho$ :	Masse volumique [ $\text{Kg m}^{-3}$ ]
$\rho_0$ :	Masse volumique à $T_0$ [ $\text{Kg m}^{-3}$ ]
$\mu$ :	Viscosité dynamique [ $\text{Kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ ]
$\phi$ :	Variable dépendante générale [-]
$\Phi$	La dissipation visqueuse.
$\tau$ :	Temps adimensionnel [-]
$\psi$ :	Fonction de courant

$\Delta\tau$ :	Incrément du temps adimensionnel [-]
$\Delta T$ :	Différence de température [K]
$\Delta x$ :	Dimension d'un volume de contrôle [m]
$\Delta X$ :	Dimension d'un volume de contrôle [-]
$\Delta y$ :	Dimension d'un volume de contrôle [m]
$\Delta Y$ :	Dimension d'un volume de contrôle [-]
$\Gamma$ :	Coefficient de diffusivité [-]
<b>Indices et exposants</b>	
c :	froid
f :	fluide
h :	chaud
Max :	maximal
n :	compteur d'itération correspondant au temps $\tau$
n+1 :	compteur d'itération correspondant au temps $\tau+1$
Nb :	Nœuds adjacents : Est, West, Nord et Sud ( <b>E, W, N, S</b> )
Nf :	nanofluide
0 :	Valeur initiale
S :	solide
W :	eau
* :	Valeur adimensionnelle

## RESUMÉ

L'étude du transfert thermique dans le domaine de la miniaturisation des dispositifs et mécanismes industriels ainsi que l'économie, par tous les moyens, de l'énergie est devenu un nouveau challenge dans la recherche scientifique au cours de ces dernières années. L'utilisation des nanofluides pour accroître de façon significative les transferts de chaleur en introduisant dans un fluide pur une faible concentration de nanoparticules est une technologie prometteuse pour relever ce défi.

Dans ce travail, nous nous intéresserons particulièrement à l'étude numérique de la convection mixte dans une cavité carrée remplie de nanofluides et dotée d'une source de chaleur de forme carrée positionnée au centre de celle-ci. Toutes les parois de la cavité sont soumises à une température fixée et la paroi supérieure se déplace vers la droite à vitesse constante (lid-driven cavity).

Cette configuration permet la modélisation du refroidissement d'un élément disposé dans ce milieu confiné.

Le modèle mathématique régissant ce phénomène a été établi et les équations obtenues ont été discrétisées par la méthode des volumes finis. De nombreuses simulations numériques ont été réalisées pour l'investigation des effets du nombre de Richardson, de la taille de la source de chaleur, de la fraction volumique et du type de nanofluide sur les champs dynamique et thermique ainsi que du coefficient de transfert de chaleur de l'écoulement dans la configuration géométrique considérée.

Les résultats confirment que l'ajout des nanoparticules à l'eau améliore d'une manière significative le transfert de chaleur de l'élément confiné dans la cavité. Les nanofluides argent-eau et cuivre-eau génèrent un meilleur transfert de chaleur en comparaison avec les autres nanofluides. Les résultats indiquent aussi que la valeur de la taille adimensionnelle optimale de l'élément chauffant est  $S=0.25$  pour des nombres de Richardson caractéristiques d'un régime de convection naturelle dominante.

**Mots clés:** *Convection mixte, cavité à paroi supérieure mobile, nanofluides, méthode des volumes finis, amélioration du transfert thermique.*

## ABSTRACT

The study of thermal transfer in the field of miniaturization of industrial devices and mechanisms as well as the economy, by all means, of energy has become a new challenge in scientific research in recent years. The use of nanofluids to significantly increase heat transfer by introducing low concentration of nanoparticles into a pure fluid is a promising technology to meet this challenge.

In this work, we will focus on the numerical study of mixed convection in a square cavity filled with nanofluids and equipped with a square-shaped heat source positioned in the center of the enclosure. All the walls of the cavity are subjected to a fixed temperature and the upper wall moves to the right at constant velocity (lid-driven cavity). This configuration allows the modelisation of the cooling of an element disposed in this confined environment.

The mathematical model governing this phenomenon has been established and the equations obtained have been discretized by the finite volume method. Several numerical simulations were carried out to investigate the effects of Richardson's number, heat source size, volume fraction and nanofluid nature on the dynamic and thermal fields as well as the heat transfer coefficient of the flow in the geometric configuration considered.

The results confirm that the addition of the nanoparticles to the water significantly improves the heat transfer of the confined element into the cavity, silver-water and copper-water nanofluids generate better heat transfer compared to the other nanofluids. The results also indicate that the value of the optimal dimensionless size of the heating element is  $S=0.25$  for Richardson numbers characteristic of a dominant natural convection regime.

**Keywords:** *Mixed convection, lid driven cavity, nanofluids, finite volume method, and improved heat transfer.*

## ملخص

أصبحت دراسة النقل الحراري في مجال التصغير للأجهزة الصناعية والآليات وكذلك الاقتصاد بكل الوسائل في الطاقة تحديًا جديدًا في البحث العلمي في السنوات الأخيرة. حيث أن استخدام سائل النانو لزيادة نقل الحرارة بشكل ملحوظ عن طريق إدخال تركيز منخفض من الجسيمات النانوية في السائل النقي هو تكنولوجيا واعدة لمواجهة هذا التحدي.

في هذا العمل سنركز على الدراسة العددية للحمل الحراري المزدوج في تجويف مربع مملوء بجزيئات النانو ومزود بمصدر حراري مربع الشكل في وسط التجويف. تخضع جميع جدران التجويف إلى درجة حرارة ثابتة ويتحرك الجدار العلوي إلى اليمين بسرعة ثابتة (تجويف مدفوع الغطاء). يسمح هذا التركيب بنمذجة تبريد العنصر المحصور في هذه البيئة.

وقد تم تأسيس النموذج الرياضي الذي يحكم هذه الظاهرة والتوصل إلى المعادلات بواسطة طريقة الحجم المنتهية. وتم إجراء العديد من عمليات المحاكاة العددية لدراسة تأثير رقم ريتشاردسون ، حجم مصدر الحرارة ، النسبة الحجمية لجزيئات النانو ونوع المادة النانوية على الحقول الديناميكية والحرارية وكذلك معامل انتقال الحرارة للتدفق في التكوين الهندسي.

النتائج تؤكد أن إضافة الجسيمات النانوية إلى الماء يحسن بشكل كبير نقل الحرارة للعنصر المحصور في التجويف. كذلك تنتج سوائل النانو ( فضة-ماء و نحاس-ماء ) أفضل نقل للحرارة مقارنةً بالسوائل النانوية الأخرى.

كما تشير النتائج إلى أن قيمة الحجم الأمثل لعنصر التسخين  $S=0.25$  لأعداد ريتشاردسون في نظام الحمل الطبيعي المهيمن.

# INTRODUCTION GENERALE

## **Généralités**

Le transfert de chaleur par convection mixte dans les cavités à parois mobiles a suscité l'intérêt de plusieurs chercheurs et industriels vu la diversité de ses applications pratiques comme dans les réacteurs nucléaires, les collecteurs solaires, la thermique de l'habitat et l'industrie du verre etc. Par ailleurs les performances de refroidissement ou de chauffage par convection des systèmes thermiques jouent un rôle vital dans le développement d'équipements de transfert de chaleur, efficaces d'un point de vue énergétique comme les MEMS et NEMS (systèmes Micro et Nano électromécaniques respectivement).

La miniaturisation de nombreuses applications est tributaire de la possibilité d'évacuer de façon efficace les puissances thermiques dissipées au sein de ces appareillages. Les fluides classiques ont montré leurs limites dans ce domaine et ne sont plus adaptés pour jouer ce rôle. Le besoin d'améliorer le transfert de ce surplus de chaleur a donné naissance au développement d'une nouvelle technologie basée sur les nanofluides. Ces derniers ne sont pas moins que des solutions contenant des nanoparticules, dont la taille maximale est inférieure à 100 nm, en suspension dans un fluide de base pur. Même à très faible concentration, ces solutions se sont révélées être très efficaces pour améliorer, sous certaines conditions les transferts de chaleur. En plus de l'augmentation significative de leurs conductivités thermiques ces nanofluides présentent également des qualités supplémentaires telles qu'une haute stabilité, une faible sédimentation pour ne pas provoquer l'obstruction de micro canaux, une réduction de la puissance de pompage etc. Il faut noter qu'actuellement, en plus de cet aspect pratique, l'étude des écoulements convectifs dans un nanofluide présente un intérêt certain du point de vue recherche fondamentale.

## **1. Transfert de la chaleur par convection**

Le phénomène du transport/transfert de la chaleur est relativement complexe, celle-ci peut se propager par conduction, convection et rayonnement. La spécificité du transfert de la chaleur par convection réside dans le fait que l'existence, dans un fluide au repos ou en

écoulement, de gradients de température et/ou de concentration donnent naissance à des forces de flottabilité ou d'Archimède (buoyancy forces en anglais) et qui à leur tour engendrent un écoulement spontané quand le fluide est au repos (convection naturelle) ou augmenter/diminuer son intensité lorsqu'il est déjà en mouvement (convection mixte). Ces forces de flottabilité modifient ainsi les champs des vitesses et influencent d'une manière directe le taux de transfert de chaleur à la faveur du couplage entre les différentes équations de conservation régissant le problème. Par ailleurs les propriétés thermo physiques des solutions sont intensément modifiées par l'ajout des nanoparticules. Ce qui apporte un surcroit de complexité au phénomène.

## **2. Méthode de résolution numérique**

Une grande variété de phénomènes physiques parmi lesquels les écoulements de fluides, avec ou sans transfert de chaleur et de masse, sont régis par des systèmes d'équations différentielles à dérivées partielles non linéaires établis à partir des principes généraux de conservation de la physique. Ces systèmes d'équations complexes et non-linéaires n'ont pas de solutions analytiques, aussi le recours aux méthodes numériques est la seule issue pour aboutir à leur résolution. Dans cette étude nous avons porté notre choix sur la méthode des volumes finis pour la discrétisations de ces équations et un programme en langage Fortran a été établi pour déterminer la structure générale de l'écoulement dans la géométrie considérée.

## **3. But de l'étude**

L'objectif du présent travail, en considération de l'argumentation citée ci-dessus, est de simuler numériquement le transfert de chaleur de la convection mixte en régime laminaire dans une cavité carrée remplie de nanofluides et dotée d'une source de chaleur de forme carrée positionnée en son centre. L'analyse de la littérature scientifique concernant ce domaine montre que ce sujet reste d'actualité.

#### **4. Contenu du manuscrit**

Ce travail comporte une modélisation mathématique complétée par des simulations numériques pour déterminer les effets de différents paramètres sur la structure générale de l'écoulement. Pour cela nous avons adopté le plan suivant :

- Après cette introduction le premier chapitre est consacré à des généralités sur les nanofluides et sur le transfert de chaleur par convection dans les cavités confinées. Une synthèse bibliographique des travaux antérieurs concernant les nanofluides et le transfert de chaleur par convection dans les cavités est également développée.
- Dans le second chapitre nous présentons la formulation mathématique pour aboutir à la mise en équation du problème considéré dans cette étude. Les différentes hypothèses ainsi que les différentes conditions aux limites seront précisées.
- Le troisième chapitre traitera de la formulation numérique du problème. Le maillage du domaine physique, la discrétisation des différentes équations et des conditions aux limites par la méthode des volumes finis ainsi que la méthode de résolution du système d'équations algébriques obtenues après discrétisation seront détaillés.
- Dans le quatrième et dernier chapitre nous présentons les résultats de différentes simulations numériques en mettant en évidence les effets des régimes de transfert, des types de nanofluides, des valeurs de la fraction solide et de la taille de la partie chauffée sur la structure générale de l'écoulement dans la configuration géométrique considérée dans cette étude.

Enfin, le manuscrit se termine par une conclusion générale résumant les principaux résultats obtenus ainsi qu'une suggestion de quelques travaux futurs en relation avec ce sujet.

# Chapitre I GENERALITES ET REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

## I.1 Généralités sur les nanofluides

Dans cette section, nous rappelons brièvement les différentes grandeurs caractéristiques des nanofluides. Le lecteur intéressé pourra consulter la thèse de doctorat de **B. Gladés** pour de plus amples informations.

### I.1.1 Définition des nanofluides

Les nanofluides sont des suspensions de particules solides métalliques ou non métalliques de taille variant de 10 à 100 nm dans un liquide conventionnel comme l'eau, l'éthylène glycol ou l'huile. Le terme nanofluide a été utilisé pour la première fois par **Choi(1995)**, pour désigner ce type de suspensions. Leurs caractéristiques thermiques stupéfiantes en ont fait le sujet de multiples travaux de recherches.

### I.1.2 Les nanoparticules et les fluides porteurs

Les nanoparticules les plus fréquemment employées pour préparer des nanofluides sont :

Les nanoparticules qui sont des oxydes métalliques :

- Oxyde de titanium,  $TiO_2$
- Oxyde de cuivre,  $CuO$ .
- Oxyde d'aluminium,  $Al_2O_3$ .
- Oxyde de silicium,  $SiO_2$ .

Les nanoparticules métalliques :

- Aluminium,  $Al$ .
- Cuivre,  $Cu$ .
- Argent,  $Ag$ .
- Or,  $Au$ .
- silicone,  $Si$ .

Les nanoparticules non métalliques :

- Les nanotubes de carbone,  $CNT$ .
- Le diamant,  $C$ .

Les fluides de base usuels sont:

- Ethylène-glycol, EG,
- Huiles,
- Eau,
- Toluène,
- Fluides de réfrigération (R12.R22...)

### **I.1.3 Mécanismes du transport thermique dans les nanofluides**

De récentes études ont montré que l'utilisation des nanofluides engendre une amélioration significative du transfert de chaleur non seulement par conduction que par convection. Cependant, il est encore difficile de décrire comment l'introduction de nanoparticules de distinctes caractéristiques permet d'obtenir ces importantes améliorations de la conductivité thermique d'un fluide.

Cela souligne l'importance de la recherche de mécanismes pour décrire l'interaction moléculaire des nanoparticules avec le fluide de base afin de représenter correctement l'évolution des propriétés d'un nanofluide. À titre d'exemple, Xuan et Li ont proposé quatre mécanismes possibles responsables de la conductivité des nanofluides:

- L'augmentation de la surface de transfert de chaleur obtenue par l'introduction de matières en suspension qui sont les nanoparticules,
- l'interaction et la collision entre les nanoparticules,
- L'amélioration de la conductivité thermique générée par l'introduction de nanoparticules dont la valeur de la conductivité thermique est supérieure,
- L'intensification de la dispersion des nanoparticules au sein du fluide de base, provoquant des micro turbulences.

Cependant, dans la littérature il existe deux types de modèles pouvant représenter le transport thermique dans les nanofluides compte tenu de ces interactions.

Dans le premier type, le transport thermique peut être compris comme étant composé d'une partie conventionnelle statique et une partie dynamique, provoquée par le mouvement brownien des nanoparticules au sein du fluide de base.

Le mouvement brownien est responsable du déplacement et du mélange à l'échelle microscopique du nanofluide, permettant d'améliorer le transfert de chaleur au sein de celui-ci. Ce mouvement peut contribuer à l'amélioration de la conductivité thermique de deux manières : La première correspond à une contribution directe causée par le mouvement des nanoparticules, entraînant la chaleur. La seconde correspond à une contribution indirecte causée par la micro convection générée par le mouvement du fluide autour des nanoparticules.

Dans ce type de modélisation, les propriétés qui influencent directement la valeur de la conductivité thermique du nanofluide sont :

- Taille des nanoparticules
- Fraction volumique des nanoparticules
- Conductivité thermique du fluide
- Conductivité thermique des nanoparticules
- Température des nanofluides

Dans le second type de modèle, on considère que la particule de nanofluide est entourée d'une couche limite où le transfert de chaleur se fait intensément.

#### **I.1.4 Propriétés thermophysiques des nanofluides**

Ces propriétés de solutions préparées sont intensément modifiées suite à l'incorporation des nanoparticules. Certaines propriétés intrinsèques que possèdent ces nanoparticules peuvent avoir un effet notable sur les valeurs des caractéristiques du nanofluide obtenu à savoir la taille des nanoparticules, leur nature, la fraction volumique  $\varphi$ , la conductivité du fluide de base et celle des nanoparticules, en plus de la température du milieu...

##### **Masse volumique**

La masse volumique d'une suspension de nanofluide supposée parfaitement homogène, à une température donnée, est une fonction de la fraction volumique du nanofluide  $\varphi$

$$\rho_{nf} = \varphi\rho_s + (1 - \varphi)\rho_f \quad (I.1)$$

Où

$\rho_{nf}$ : est la masse volumique du nanofluide

$\rho_f$ : est la masse volumique du fluide de base

$\rho_s$ : est la masse volumique des nanoparticules solides

### Chaleur spécifique

La chaleur spécifique est la capacité calorifique par unité de masse d'une substance ou d'un système homogène  $C_p = dQ/mdT$ .

Certains auteurs ont utilisé la formule suivante de **Pak et cho**(1998).

$$(c_p)_{nf} = \varphi (c_p)_s + (1 - \varphi)(c_p)_f \quad (I.2)$$

Et d'autres comme **Xuan et Roetzel**(2000) ont utilisé la formule basée sur la capacité calorifique,

$$(\rho c_p)_{nf} = \varphi (\rho c_p)_s + (1 - \varphi)(\rho c_p)_f \quad (I.3)$$

C'est la relation (I.3) que nous utiliserons dans la suite de nos calculs car elle donne une meilleure estimation de la chaleur spécifique en outre elle est, contrairement à la première, plus fréquemment utilisée.

- **Expansion thermique**

De nombreux auteurs ont utilisé la formule suivante pour le coefficient d'expansion thermique d'un nanofluide.

$$(\rho \beta)_{nf} = \varphi (\rho \beta)_s + (1 - \varphi)(\rho \beta)_f \quad (I.4)$$

Où  $\beta_{nf}$ ,  $\beta_f$  et  $\beta_s$  sont respectivement les coefficients d'expansion thermique du nanofluide, du fluide de base et des particules solides.

- **Viscosité dynamique**

**Modèle d'Einstein (1906)**

Selon cet auteur, la viscosité dynamique d'un nanofluid pour un mélange contenant des suspensions diluées de particules fines sphériques et rigides est la suivante :

$$\mu_{nf} = \mu_f (1 + 2.5\varphi) \quad (\text{I.5})$$

Cette relation n'est valable que pour  $\varphi < 0.03$

**Modèle de Brinkman (1952)**

**Brinkman (1952)** a étendu le modèle d'Einstein pour couvrir une large plage de concentrations,

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \quad (\text{I.6})$$

Nous remarquons que pour de faibles fractions volumiques, la relation de Brinkman conduit exactement à celle d'Einstein.

**Modèle de Maiga et al. (2005)**

On trouve d'autres équations limitées à des applications bien définies dans la littérature.

**Maiga et al. (2005)**

A partir de résultats expérimentaux, ils ont abouti à la corrélation qui suit :

$$\mu_{nf} = \mu_f \left( 123\varphi^2 + 7.3\varphi + 1 \right) \quad (\text{I.7})$$

**Modèle Brownian et al.**

$$\mu_{nf} = \mu_f \left( 6.17\varphi^2 + 2.5\varphi + 1 \right) \quad (\text{I.8})$$

**Modèle Nguyen et al.**

$$\mu_{nf} = \mu_f \left( 0.015\varphi^2 + 0.025\varphi + 1 \right) \quad (I.9)$$

**Modèle Gherasim et al.**

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = 0.904e^{14.8\varphi} \quad (I.10)$$

- **Conductivité thermique**

Suite à une recherche bibliographique, on a répertorié différents modèles d'équations pour la détermination de la conductivité thermique d'un nanofluide. Dans notre thèse, nous avons utilisé le modèle de Maxwell qui suppose que les particules solides du nanofluide sont sphériques, ont un même diamètre et suffisamment éloignées les unes des autres pour ne présenter aucune interaction naturelle entre elles.

La formule de Maxwell-Garnett est donnée par

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)} \quad (I.11)$$

Où  $k_{nf}$ ,  $k_f$  et  $k_s$  sont respectivement les conductivités thermiques du nanofluide, du fluide de base et des particules.

**Modèle de Hamilton-Crosser (1962)**

Le modèle de Hamilton et Crosser a été établi pour résoudre la limite du modèle de Maxwell. Puisque ce dernier n'est valable que dans le cas des particules sphériques.

La relation ci-dessous donne la conductivité thermique du nanofluide:

$$k_{nf} = \frac{k_s + (n-1)k_f - (n-1)(k_f - k_s)\varphi}{k_s + (n-1)k_f + (k_f - k_s)\varphi} k_f \quad (I.12)$$

Où

(n) est un facteur de forme empirique donné par :  $n = \frac{3}{\psi}$

$n = 3$  pour les particules sphériques et  $n = 6$  pour les particules cylindriques.

Pour  $\psi = 1$  (particules sphériques), le modèle de Hamilton-Crosser est identique au modèle de Maxwell.

### Modèle de Yu et Choi (2003)

Ils ont supposé la présence d'une couche nanométrique qui sépare les particules solides du fluide de base, elle fonctionne comme un pont thermique entre les particules et le fluide. Cette couche est supposée avoir une conductivité thermique plus grande que celle du liquide.

$$k_{nf} = \frac{k_s + 2k_f + 2(k_s - k_f)(1 + \beta)^3 \varphi}{k_s + 2k_f - (k_s - k_f)(1 + \beta)^3 \varphi} k_f \quad (\text{I.13})$$

Où  $\beta$  est le rapport de l'épaisseur de la couche nanométrique sur le rayon des particules.

### Modèle de Bruggeman(1935)

Cette relation approxime mieux certains résultats expérimentaux en comparaison avec les autres modèles pour le cas des nanoparticules sphériques sans aucune limitation des concentrations des nanoparticules.

$$k_{nf} = \frac{(3\varphi - 1) \frac{k_s}{k_f} + \{3((1 - \varphi) + \sqrt{\Delta})\}}{4} k_f \quad (\text{I.14})$$

$$\text{Avec : } \Delta = \left[ (3\varphi - 1) \left( \frac{k_s}{k_f} \right)^2 + (2 - 3\varphi)^2 + 2(2 + 9\varphi - 9\varphi^2) \left( \frac{k_s}{k_f} \right) \right]$$

**Modèle de Chon et al.**

Une corrélation semi empirique qui prend en considération le mouvement Brownien est proposée en 2005. Les auteurs ont montré que les résultats sont en excellent accord avec les résultats expérimentaux obtenus pour le nanofluide à base d'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> pour différents paramètres :

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + 64.7\varphi^{0.7640} \left(\frac{d_f}{d_s}\right)^{0.3690} \left(\frac{k_s}{k_f}\right)^{0.7476} Pr_f^{0.9965} Re^{1.2321} \quad (I.15)$$

Avec 
$$Re = \frac{\rho_f \cdot k_B \cdot T}{3\pi\mu_f l_f}$$

où

$d_f$ : diamètre moléculaire du fluide de base

$l_f = 0.17$  mm

$k_B$  constante de Boltzmann

**Modèle de Koo et Kleinstreuer (2004)**

Les auteurs ont proposé une équation qui prend en considération l'équation de Maxwell et le mouvement Brownien en introduisant une équation empirique  $f(T, \varphi)$  en utilisant les résultats expérimentaux de Das et al.(2003) pour le nanofluide Cu-eau dans la plage  $0 < \varphi < 4\%$  et  $300 < T < 325$ .

$$k_{nf} = k_f \left[ \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)} \right] + 5 \times 10^4 \beta_1 \varphi \rho_f (Cp)_f \sqrt{\frac{k_B T}{d_s \rho_s}} f(T, \varphi) \quad (I.16)$$

Avec

$$f(T, \varphi) = (-6.04 \varphi + 0.4705) T + (1722.3 \varphi - 134.63)$$

$\beta_1$  est la fraction du volume du liquide qui se déplace avec la particule

**Modèle de Patel et al.**

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1 + \frac{k_s d_f \varphi}{k_f d_s (1 - \varphi)} \left[ 1 + c \frac{2k_B T d_s}{\pi \alpha_f \mu_f d_s^2} \right] \quad (I.17)$$

### Modèles de Minsta et al

Les auteurs ont développé des relations expérimentales pour estimer la conductivité des nanofluides Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-eau et CuO-eau pour une température comprise entre 20 et 50° et jusqu'à une concentration de 18%. Ces équations sont respectivement :

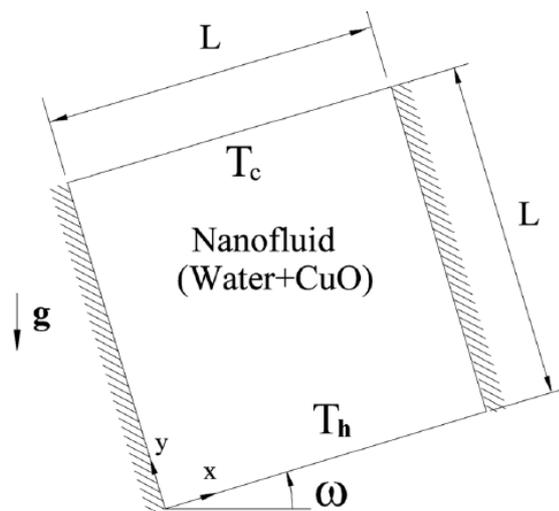
$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1.72 \varphi + 1.0 \quad (\text{I.18})$$

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = 1.74 \varphi + 0.99 \quad (\text{I.19})$$

### I.2 Revue Bibliographique

Différents travaux numériques et expérimentaux que nous allons exposer dans la section revue bibliographique ont été réalisés sur la convection naturelle et mixte dans des cavités confinées afin d'étudier l'effet de certains paramètres sur le transfert de chaleur et l'écoulement des nanofluides.

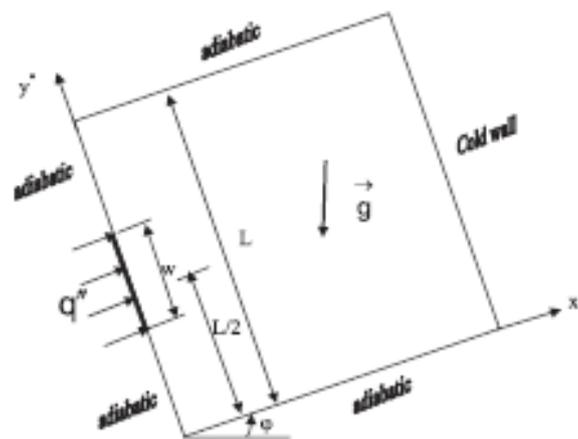
Pour la convection naturelle, **Ghasemi et al.** (2009) ont numériquement investigué le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité carrée inclinée remplie du nanofluide CuO-eau. Deux parois opposées de la cavité sont adiabatiques et les deux autres sont maintenues à des températures différentes (**voir figure 1.1**).



**Figure (1.1) :** schéma de la cavité (**Ghasemi et al., 2009**)

Les résultats indiquent que l'ajout des nanoparticules à l'eau pure améliore ses performances de transfert de chaleur, aussi, il y'a une fraction volumique optimale qui maximise le taux de transfert de chaleur. En outre, l'angle d'inclinaison a un impact significatif sur les champs d'écoulement et de température et les performances de transfert de chaleur pour des nombres de Rayleigh élevés. En effet, le taux de transfert de chaleur est maximisé pour une inclinaison spécifique en fonction du nombre de Rayleigh et de la fraction volumique.

**Ogut** (2009) a présenté une étude sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité carrée inclinée remplie des nanofluides (Cu, Ag, CuO, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, et TiO<sub>2</sub>)-eau. La partie centrale de la paroi gauche étant chauffée par un flux de chaleur constant (**voir figure 1.2**).

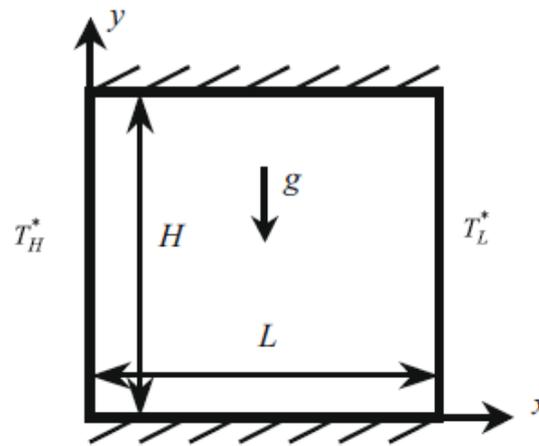


**Figure (1.2):** représentation de la cavité (**Ogut , 2009**)

Les simulations sont effectuées pour une plage de l'angle d'inclinaison de 0 à 90°, des fractions volumiques de 0 à 20%, longueurs de la source de chaleur de 0.25, 0.50 et 1.0 et un nombre de Rayleigh variant de  $10^4$  à  $10^6$ , le rapport de l'épaisseur de la nanocouche entourant les particules sur le rayon des nanoparticules est maintenu constant à la valeur de 0.1. Les résultats montrent que le transfert de chaleur enregistre une croissance significative au fur et à mesure que la fraction volumique et le nombre de Rayleigh augmentent, en outre la longueur de la source de chaleur est un paramètre important qui affecte sensiblement le transfert de chaleur et l'écoulement du fluide dans la cavité.

Les résultats montrent aussi que le transfert de chaleur décroît lorsque la longueur de la source de chaleur augmente pour des inclinaisons faibles de la cavité.

**Lin et Violi**(2010) ont analysé le transfert de chaleur par convection naturelle et l'écoulement du fluide à température variable dans une cavité remplie du nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau et qui opère sous des parois différemment chauffées (**voir figure 1.3**). Les équations de Navier–Stokes et l'équation d'énergie sont résolues en couplant le modèle de Xu et al(2006) pour le calcul de la conductivité thermique et celui de Jang et al(2007) pour déterminer la viscosité dynamique des nanofluides. Le transfert de chaleur est examiné pour les paramètres pertinents suivants : la taille non uniforme des nanoparticules, leur diamètre moyen, leur fraction volumique et les nombres de Prandtl et de Grashof.



**Figure (1.3) :** représentation de la cavité (**Lin et Violi, 2010**)

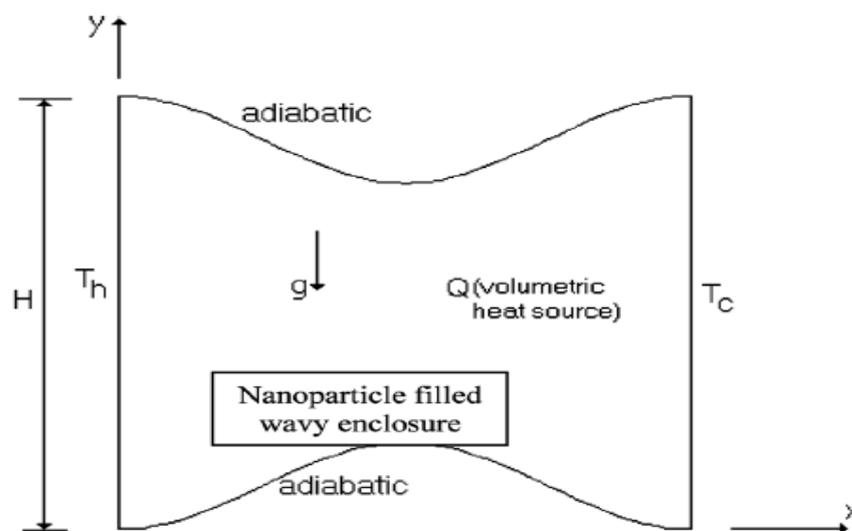
Les résultats montrent que les caractéristiques de transfert thermique du nanofluide peuvent être améliorées lorsque le diamètre des nanoparticules est baissé de 250 à 5 nm. Ils ont attribué ce phénomène à l'effet du mouvement Brownien dominant causé par le transfert de chaleur par convection. Cependant la performance en transfert thermique du nanofluide est moins significative lorsque la conductivité du nanofluide est proche de 1 et ceci est dû à l'augmentation de la taille des nanoparticules. Cet effet contradictoire des nanofluides est principalement causé par la viscosité dynamique effective.

**Corcinone et al.** (2010) ont étudié théoriquement les caractéristiques du transfert de chaleur par convection naturelle des nanofluides dans des enceintes rectangulaires dont les parois verticales sont différemment chauffées. En se basant sur une grande variété de données expérimentales rapportées dans la littérature, deux équations empiriques, pour

l'évaluation de la conductivité thermique effective du nanofluide et de sa viscosité dynamique, sont développées.

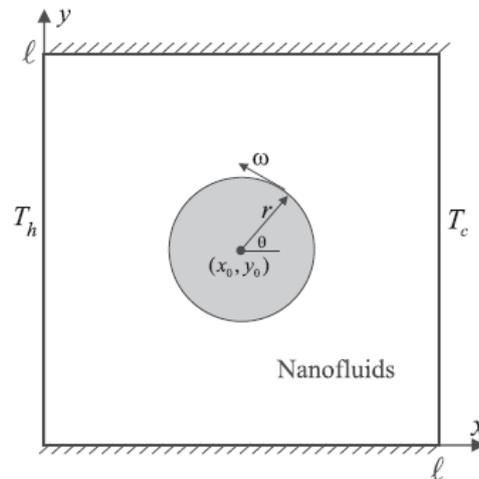
Le résultat obtenu est l'existence d'une fraction volumique optimale pour un transfert de chaleur maximal. En outre, la fraction volumique optimale augmente légèrement avec la diminution de la taille des nanoparticules, et augmente beaucoup plus remarquablement avec l'augmentation de la température moyenne des nanofluides. Ayant considéré différents mélanges de nanoparticules et phases liquides, ils ont trouvé que les effets de la nature du fluide de base sur le transfert de chaleur et la fraction optimale sont plus prononcés que l'effet de la matière du nanofluide. Enfin, le transfert de chaleur et la fraction volumique optimale augmentent lorsque le rapport d'aspect de la cavité augmente.

**Abu Nada et al.** (2011) ont étudié numériquement l'écoulement et le transfert de chaleur dus à la convection naturelle du nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau dans des cavités ondulées (**voir figure 1.4**). Pour un nombre de Rayleigh ( $10^3 \leq \text{Ra} \leq 10^5$ ), différentes amplitudes de la paroi ondulée ( $0.85 \leq a \leq 1$ ) et pour les fractions volumiques ( $\varphi = 0.05$  et  $0.1$ ). Les résultats montrent que le paramètre géométrique est un paramètre de contrôle très important, l'augmenter revient à augmenter le transfert de chaleur pour un nombre de Rayleigh et une fraction volumique fixe. Ils ont conclu aussi qu'augmenter le nombre de Rayleigh, augmente d'une manière significative le nombre de Nusselt moyen. Et dans tous les cas le transfert de chaleur croît lors de l'addition des nanoparticules.



**Figure (1.4):** Représentation de la cavité ondulée (Abu Nada et al., 2011)

**Roslan et al.** (2012) ont étudié le transfert de chaleur par convection dans une cavité carrée dotée d'un cylindre interne centré en rotation (voir figure 1.5). L'espace libre entre le cylindre et les parois de l'enceinte est rempli des nanofluides (Ag, Cu,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  et  $\text{TiO}_2$ )-eau. Les paramètres gouvernants considérés sont : la fraction volumique ( $0 \leq \varphi \leq 0.05$ ), le rayon du cylindre ( $0 \leq R \leq 0.3$ ) et la vitesse de rotation angulaire ( $0 \leq \omega \leq 0.3$ ).



**Figure (1.5):**Représentation de la cavité (Roslan et al., 2012)

Ils ont constaté que la circulation du fluide est beaucoup plus forte pour une plus grande fraction volumique, une meilleure valeur de la conductivité thermique et un plus petit cylindre avec une plus importante vitesse de rotation dans le sens négatif. Les transferts thermiques maximaux sont obtenus pour des concentrations élevées en nanoparticules dont la conductivité est bonne, une rotation positive lente et une taille de cylindre modérée dans la position centrale.

**Dehnavi et al.** (2012) ont analysé numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle et l'écoulement du fluide dans une cavité en forme de  $\Gamma$ , cette cavité est différentiellement chauffée et remplie du nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau (voir figure 1.6).

Les paramètres gouvernants sont : la taille non uniforme des nanoparticules, leur diamètre moyen  $d_p$ , la fraction volumique, le nombre de Grashof et différentes géométries de la cavité. Les résultats montrent que l'emploi des nanofluides engendre la croissance du

transfert de chaleur et du nombre de Nusselt, en effet pour  $R=0.001$  ( $R=dp_{\min}/dp_{\max}$ ) et  $Gr=10^3$ , le nombre de Nusselt augmente de 25 %, pour  $Gr = 10^4$ , le nombre de Nusselt augmente de 26%, et pour  $Gr=10^5$ , 28%. En outre, en diminuant le diamètre des nanoparticules, le nombre de Nusselt augmente. Lorsque le paramètre  $R$  et la fraction volumique du nanofluide augmentent, le nombre de Nusselt augmente.

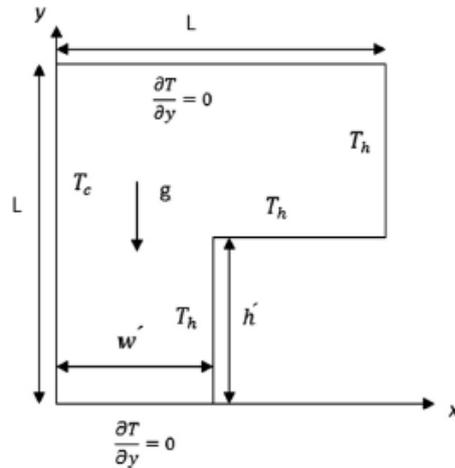


Figure (1.6) : schéma de la cavité (Dehnavi et al., 2012)

**Garoosi et al.** (2013) ont investigué numériquement la convection naturelle pour une plage  $10^4 \leq Ra \leq 10^7$  dans une cavité carrée remplie des nanofluides (Cu,  $Al_2O_3$ ,  $TiO_2$ )-eau. Cette cavité est munie de plusieurs paires de sources de chaleur et de refroidisseurs isothermes (heater and cooler (HAC)) (voir figure 1.7). Les résultats montrent que le plus grand et le plus faible impact des paramètres géométriques sur le transfert de chaleur sont obtenus respectivement par le changement de position des HAC et du type de nanofluides. En outre, le changement d'orientation (vertical à horizontal) augmente le flux de transfert de chaleur pour une surface constante de HAC et pour toute la plage du nombre de Rayleigh. Enfin, pour améliorer le flux de transfert de chaleur, mieux vaut augmenter le nombre de HAC que d'augmenter les dimensions de ceux-ci. La fraction volumique optimale des nanoparticules est de 1 %, elle correspond au plus grand flux de chaleur.

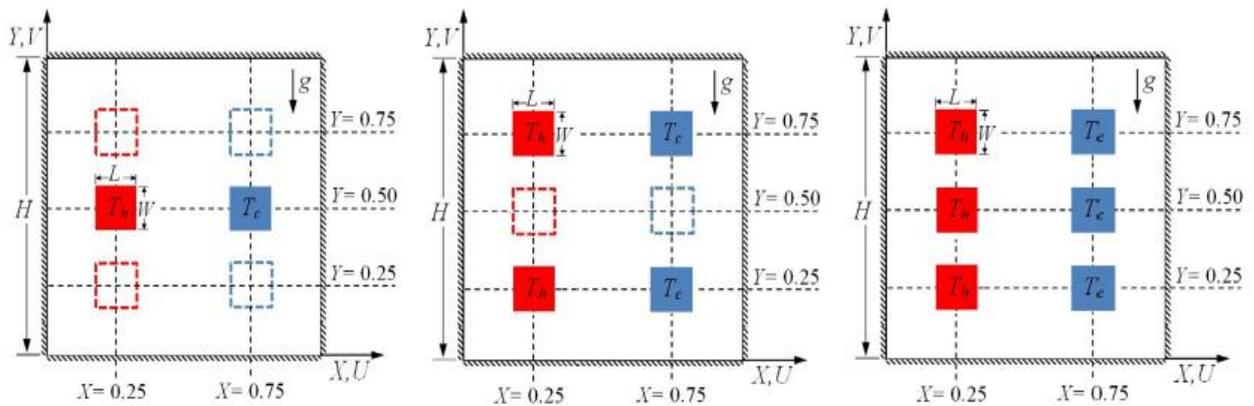


Figure (1.7): schéma de la Cavity carrée et distribution des HACs (Garooi et al., 2013)

Wang et al. (2013) ont fait une étude numérique du transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavity carrée remplie du nanofluid cuivre-eau, la température de la paroi verticale gauche oscille autour d'une température moyenne constante, la paroi droite est refroidie et les autres parois sont adiabatiques (voir figure 1.8). L'influence des paramètres pertinents tels que le nombre de Rayleigh et la fraction volumique des nanoparticules sur les caractéristiques du transfert de chaleur est étudiée. Les résultats montrent que le taux de transfert de chaleur augmente avec l'utilisation des nanoparticules.

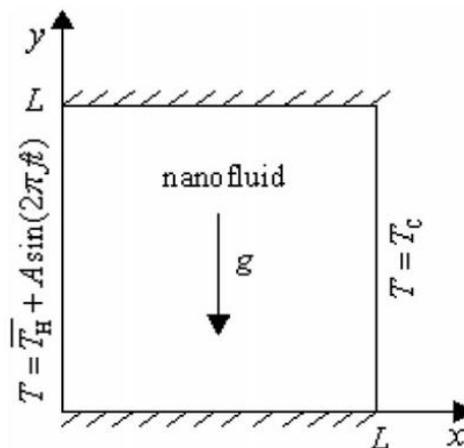


Figure (1.8) : schéma de la cavity (Wang et al., 2013)

Ghasemi (2013) a étudié numériquement la convection naturelle en régime laminaire dans une cavity de forme U remplie du nanofluid cuivre-eau et sous l'influence d'un champ magnétique (voir figure 1.9). Les effets du nombre de Rayleigh, de la fraction volumique, du nombre de Hartmann et du rapport d'aspect sur le transfert de chaleur sont étudiés. Les

résultats montrent que la performance thermique de cette cavité est fonction du rapport d'aspect.

En outre, le transfert de chaleur croît lorsque le nombre de Rayleigh et la fraction volumique augmentent mais décroît quand le nombre de Hartmann augmente.

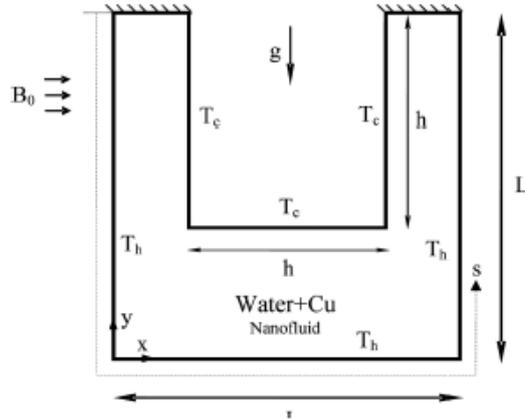


Figure (1.9) : schéma de la cavité (Ghasemi, 2013)

Sivasankaran et Pan (2014) ont réalisé une approche numérique pour étudier les effets de l'amplitude et de l'écart de phase de la distribution de la température sinusoïdale sur le flux convectif et le transfert de chaleur du nanofluid  $Al_2O_3$ -eau dans une cavité carrée.

Les parois horizontales de la cavité sont adiabatiques (voir figure 1.10). Les résultats sont discutés pour différentes combinaisons d'écart de phase ( $0$  à  $\pi$ ), rapport d'amplitude ( $0$  à  $1$ ), fraction volumique des nanoparticules ( $0$  à  $4\%$ ), et nombres de Rayleigh ( $10^3$  à  $10^6$ ).

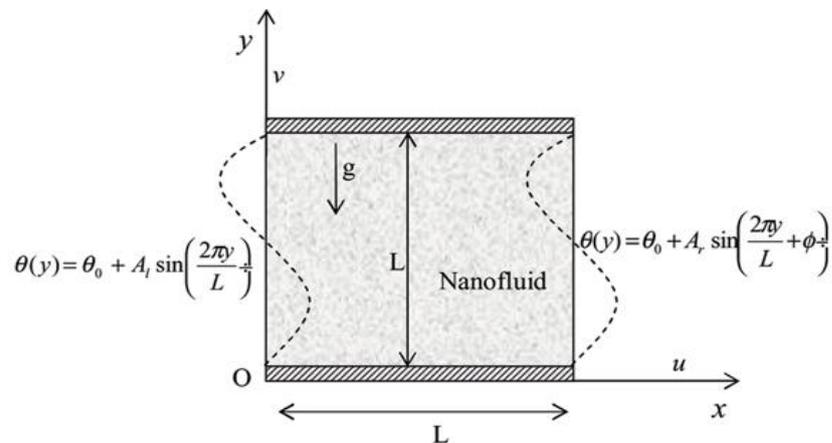
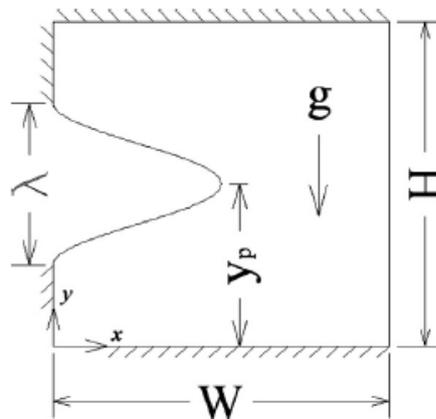


Figure (1.10) : schéma de la cavité (Sivasankaran et Pan, 2014)

On observe que le taux de transfert de chaleur croit en augmentant le rapport d'amplitude et la fraction volumique des nanoparticules. Le taux de transfert de chaleur est une fonction non linéaire du nombre de Rayleigh et de l'écart de phase, atteignant le maximum à  $3\pi/4$ .

**Cho** (2014) ont réalisé une approche numérique pour l'étude des performances de transfert de chaleur par convection naturelle et de génération d'entropie dans une cavité carrée dont une paroi ondulée et partiellement chauffée, cette cavité étant remplie du nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau (voir figure 1.11).



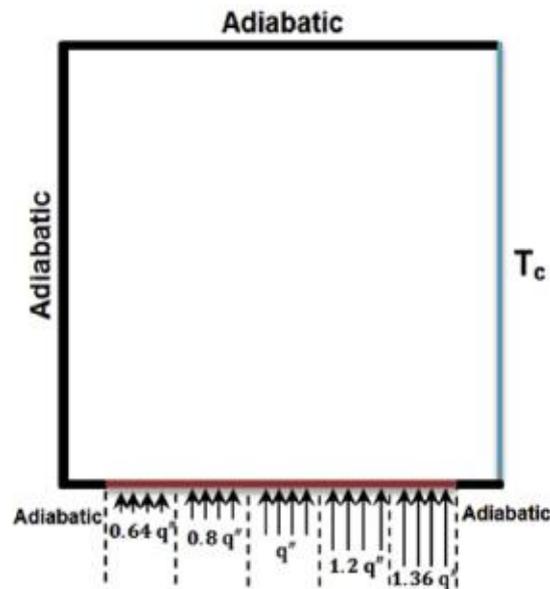
**Figure (1.11):**Représentation de la cavité (Cho, 2014)

Les résultats montrent que le nombre de Nusselt moyen augmente et que la génération de l'entropie totale diminue lorsque la fraction des nanoparticules augmente. En outre, le nombre de Bejan augmente lorsqu'on augmente l'amplitude et la longueur d'onde de la surface ondulée. Finalement, pour toutes les valeurs du nombre de Rayleigh, le nombre de Nusselt augmente et la génération d'entropie est réduite lorsque le pic dans la surface ondulée s'approche du plan central horizontal de la cavité.

**Rashidi et al.** (2014) ont étudié les effets du chauffage hétérogène sur le flux et les caractéristiques du transfert de chaleur dans une cavité remplie du nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau.

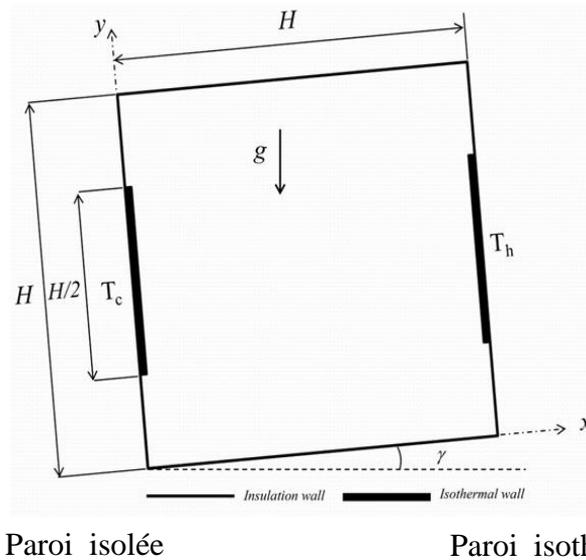
La paroi inférieure est soumise à un flux de chaleur variable le long de celle-ci (voir figure 1.12). Neuf cas de profils de flux non uniformes sont considérés alors que le flux de chaleur global appliqué à la cavité est constant. Pour diverses valeurs du nombre de Rayleigh ( $10^3$ - $10^6$ ), de fractions volumiques (0-9%), du rapport d'aspect, le profil du flux de chaleur

optimal correspondant à un nombre de Nusselt maximal est déterminé. Les résultats montrent que la tendance du nombre de Nusselt est différente pour les neuf cas pour un nombre de Rayleigh égal à  $10^3$  où le phénomène de conduction est dominant. Les résultats montrent aussi qu'à des valeurs élevées du nombre de Rayleigh ( $10^6$ ), le Nombre de Nusselt moyen est minimisé au voisinage de la paroi adiabatique où le flux de chaleur est le plus petit alors qu'il est le plus grand près de la paroi froide.



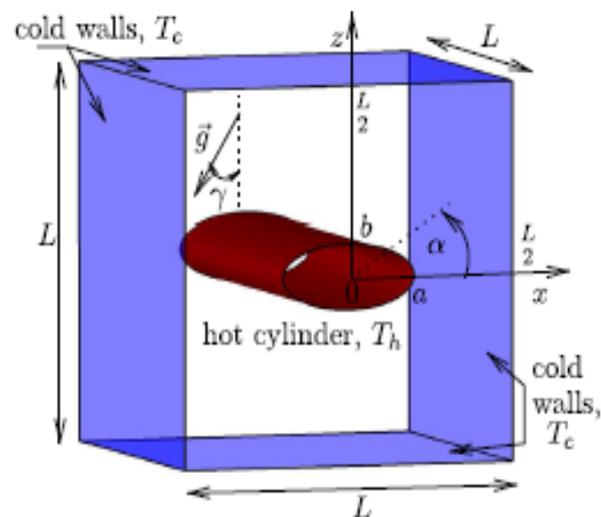
Figure(1.12): Représentation de la cavité (Rashidi et al., 2014)

Hosseini et al.(2014) ont investigué numériquement la convection naturelle dans une cavité carrée inclinée remplie de nanofluides avec des parois partiellement chauffées (voir figure 1.13). Le liquide dans la cavité est un nanofluide à base d'eau contenant différents types de nanoparticules: le cuivre (Cu), l'argent (Ag), l'alumine ( $Al_2O_3$ ) et le dioxyde de titane ( $TiO_2$ ). La conductivité thermique et la viscosité effective des nanofluides sont calculées par les modèles de Maxwell-Garnetts (MG) et Brinkman. Les résultats montrent que le type de nanofluide joue un rôle déterminant dans l'amélioration du transfert de chaleur. En outre, le nombre de Nusselt augmente pour un accroissement de  $0$  à  $40^\circ$  et diminue pour la plage de  $40^\circ$  à  $80^\circ$ . Enfin, ils ont observé que le nombre de Nusselt est une fonction croissante de la fraction volumique et du nombre de Rayleigh.



**Figure (1.13) :** Schéma du modèle physique (Hosseini et al., 2014)

Ravnik et Škerget (2015) ont simulé numériquement la convection naturelle en considérant des cylindres circulaire et elliptique chauffés et centrés dans une cavité cubique refroidie (voir figure 1.14). Les nanofluides utilisés sont ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ , Cu et  $\text{TiO}_2$ )-eau. Les résultats montrent que la plus grande croissance de transfert de chaleur est obtenue en régime de conduction dominante. Quand la convection est le mécanisme de transfert de chaleur dominant, l'utilisation des nanofluides entraîne une augmentation plus faible de l'efficacité du transfert de chaleur. La comparaison des résultats 2D et 3D révèle des taux de transfert de chaleur systématiquement plus bas dans le cas 3D.



**Figure (1.14) :** schéma de la cavité (Ravnik et Škerget, 2015)

En comparant les cylindres circulaires et elliptiques, nous observons des caractéristiques de transfert de chaleur similaires seulement pour le cas elliptique des taux de transfert de chaleur légèrement meilleurs sont obtenus. Comme l'enceinte est inclinée contre la gravité, la symétrie d'écoulement autour du cylindre elliptique est perdue et le transfert de chaleur global augmente.

**Bouchoucha et Bessaïh** (2015) ont investigué la convection naturelle et la génération d'entropie des nanofluides dans une cavité carrée (voir figure 1.15). Les résultats sont présentés en termes de nombre de Nusselt moyen et de génération d'entropie totale pour une large gamme du nombre de Rayleigh ( $10^4 \leq Ra \leq 10^6$ ), fraction volumique ( $0 \leq \varphi \leq 0.1$ ) des nanoparticules, longueurs adimensionnelles de la source de chaleur ( $0.50 \leq B \leq 1$ ), et différents types de nanofluides (Cu, Ag,  $Al_2O_3$  et  $TiO_2$ )-eau. On observe que le rapport du nombre de Nusselt moyen ( $Num^* = Num(\varphi \neq 0) / Num(\varphi = 0)$ ) augmente avec la fraction volumique solide, et le rapport de génération d'entropie totale maximum est obtenu à un nombre de Rayleigh faible pour différentes valeurs de  $\varphi$ . En outre, différentes équations de viscosité et de conductivité thermique ont été utilisées et les résultats montrent qu'elles ont une grande influence sur la variation de la génération d'entropie totale.

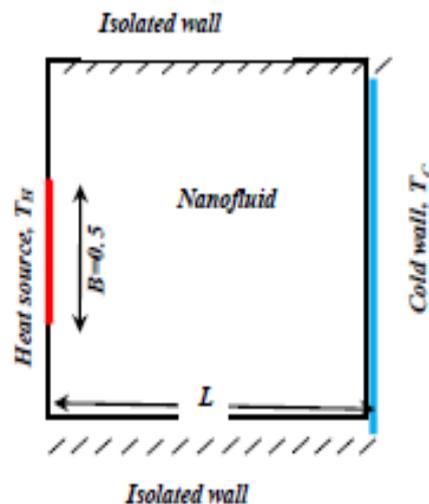


Figure (1.15) : schéma de la cavité (Bouchoucha et Bessaïh, 2015)

**Sheremet et al.** (2016) ont fait une analyse numérique de la convection naturelle et de la génération d'entropie lors de l'insertion d'un bloc rectangulaire isotherme chauffant dans une cavité carrée différentiellement chauffée et remplie du nanofluide Cuivre-eau

(Voir figure 1.16). Ce travail a été réalisé pour différents rapports géométriques du bloc chauffant et du corner isotherme refroidissant, nombre de Rayleigh et fraction volumique du nanofluide. Ils ont observé que l'introduction du nanofluide engendre l'amélioration du transfert de chaleur et l'atténuation du flux convectif dans la cavité.

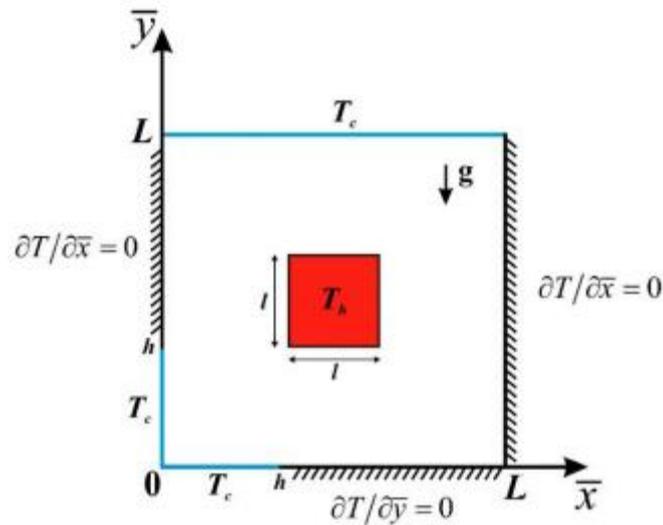


Figure (I.16) : schéma de la cavité (Sheremet et al., 2016)

Pour la convection mixte, Tiwari et al. (2006) ont effectué une investigation numérique de la convection mixte dans une cavité carrée entraînée par le haut et par les deux côtés verticaux (voir figure 1.17). Le nanofluide étudié est cuivre-eau à des fractions volumiques de 0%, 8%, 16% et 20%. Trois cas ont été considérés selon la direction du mouvement des parois verticales et le nombre de Richardson a varié dans la plage  $0.1 \leq Ri \leq 100$ . Ils ont observé que l'écoulement et le transfert de chaleur sont aussi affectés par le sens du mouvement des parois que par le nombre de Richardson. En outre, l'ajout des nanoparticules au fluide augmente la capacité de transfert de chaleur de celui-ci puis au fur et à mesure que la fraction volumique croit, l'effet devient plus prononcé.

Les nanoparticules sont capables de changer les champs d'écoulement du fluide dans tous les régimes étudiés.

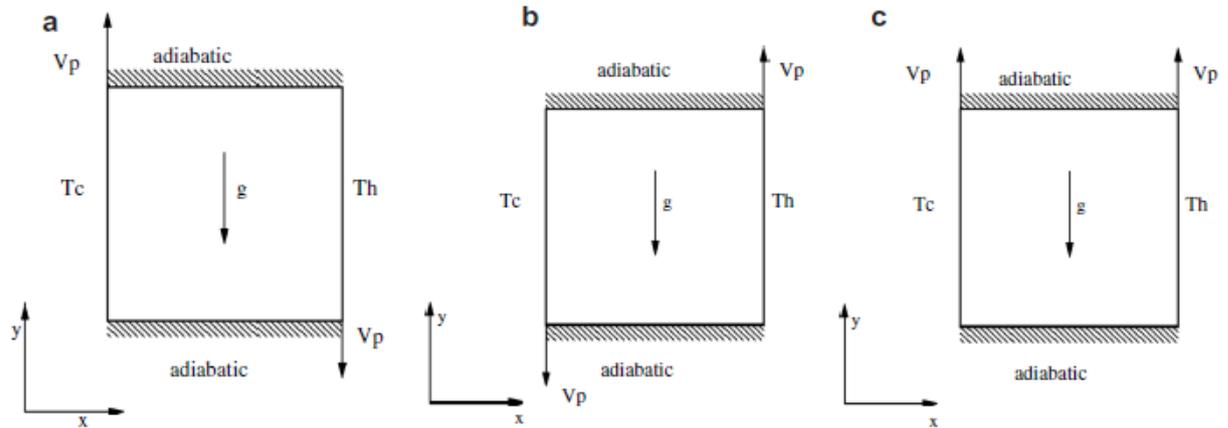


Figure (1.17) : schéma de la cavité (Tiwari et al., 2006)

SHAHI et al (2009) ont investigué numériquement la convection mixte dans une cavité carrée dotée de ports d'entrée et de sortie. L'effet de convection naturelle est obtenu par le chauffage d'une source de chaleur à flux constant symétriquement située au bas de la paroi et celui de refroidissement par l'entrée du fluide injecté (voir figure 1.18). L'étude a été réalisée pour le nombre de Reynolds dans la gamme  $50 \leq Re \leq 1000$ , avec les nombres de Richardson  $0 \leq Ri \leq 10$  et pour la fraction volumique solide  $0 \leq \varphi \leq 0,05$ . En outre, les effets de la fraction volumique du nanofluide cuivre-eau, sur l'hydrodynamique et les caractéristiques de transfert de chaleur ont été étudiés et discutés. Les résultats indiquent que la croissance de la concentration des nanofluides entraîne une augmentation du nombre de Nusselt moyen à la surface de la source de chaleur et une diminution de la température globale moyenne.

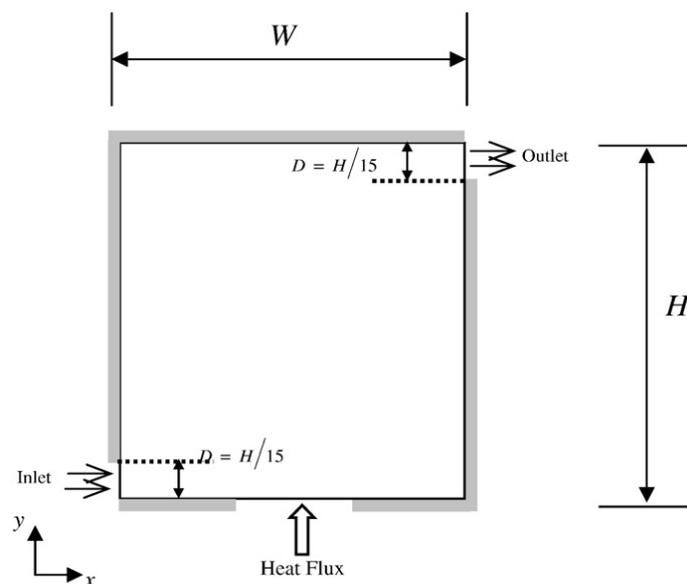
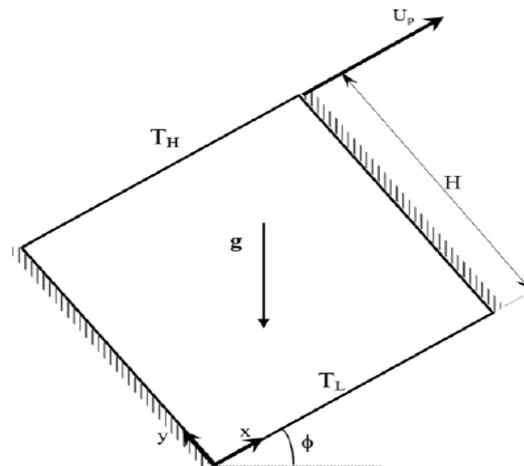


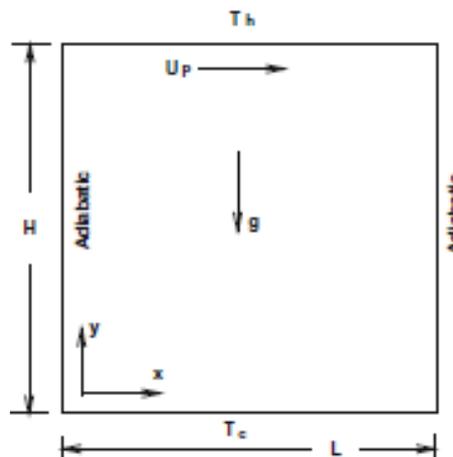
Figure (1.18) : Géométrie de la cavité (Shahi et al., 2009)

**Abu Nada et al.** (2010) ont axé leur travail sur la modélisation numérique des flux de la convection mixte en régime permanent dans une cavité carrée inclinée remplie du nanofluide  $Al_2O_3$ -eau et dont la paroi supérieure se déplace à une vitesse constante (**voir figure 1.19**). Les résultats de cette étude sont présentés et discutés pour illustrer les effets de la présence de nanoparticules et de l'angle d'inclinaison sur les champs d'écoulement et sur les caractéristiques de transfert de chaleur. La conclusion de ce travail est qu'il y'a amélioration du transfert de chaleur due à l'ajout des nanoparticules et à l'inclinaison de la cavité pour des valeurs modérées ou grandes du nombre de Richardson.



**Figure (1.19) :** schéma de la cavité (Abu Nada et al., 2010)

**Muthtamilselvan et al.** (2010) ont conduit une étude numérique sur le mécanisme de la convection mixte dans une cavité remplie du nanofluide cuivre-eau et dont la paroi supérieure se déplace à vitesse constante (**voir figure 1.20**).

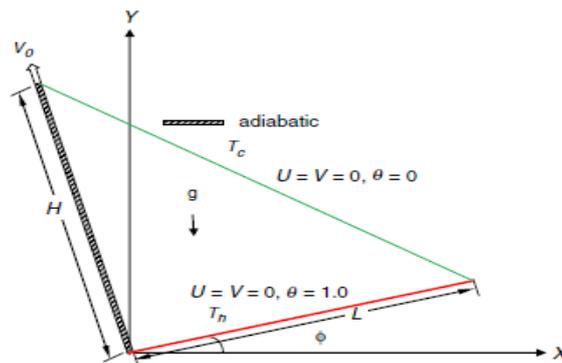


**Figure (1.20) :** schéma de la cavité (Muthtamilselvan et al., 2010)

A travers les tracés des lignes de courant, des isothermes et du nombre de Nusselt moyen, ils concluent que le rapport d'aspect et la fraction volumique affectent l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur dans la cavité. En outre, la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de la fraction volumique du nanofluide est linéaire.

**Rahman et al.** (2011) ont étudié numériquement le comportement du nanofluide cuivre-eau dans une cavité triangulaire inclinée dont un côté se déplace (**voir figure 1.21**).

Les résultats numériques sont obtenus pour de larges plages du nombre de Richardson et de la fraction volumique du nanofluide (0-10%). Ils ont conclu que la fraction volumique influence fortement l'écoulement du fluide et le transfert thermique dans tous les régimes. En outre, les variations du nombre de Nusselt moyen et de la température dans la cavité en fonction de la fraction volumique sont linéaires.



**Figure (1.21) :** Représentation de la cavité (**Rahman et al., 2011**)

**Chamkha et al.** (2011) ont étudié la convection mixte bidimensionnelle laminaire dans une cavité carrée chauffée par un tube solide cylindrique de section carrée positionné au centre de cette cavité ventilée et remplie d'air (**voir figure 1.22**). Les parois horizontales, et la paroi droite sont adiabatiques alors que la paroi gauche est maintenue à une température constante  $T_c$ . Cette étude s'intéresse aux effets de la position de sortie de l'air, des nombres de Richardson et de Reynolds, du rapport d'aspect et de la position du cylindre interne sur les écoulements et les champs thermiques.

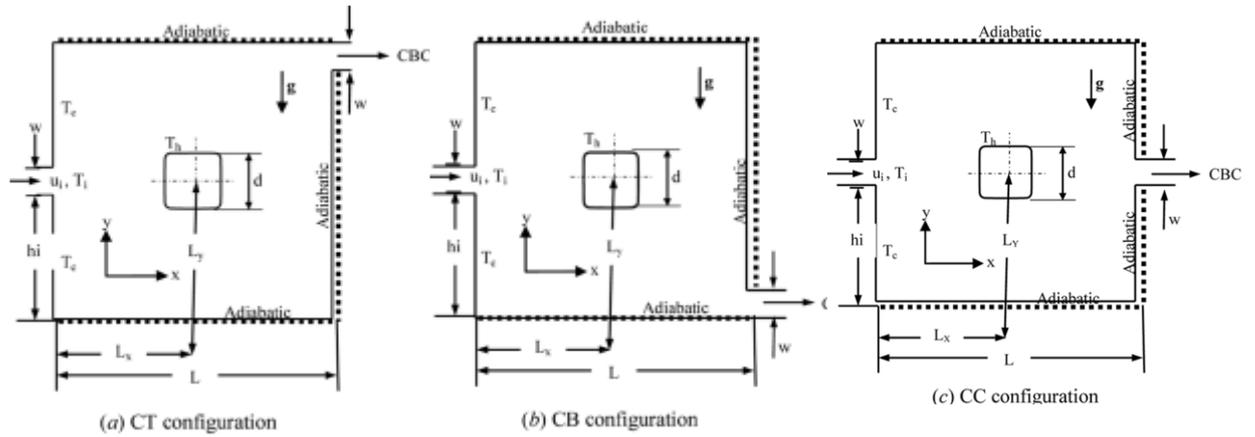


Figure (1.22) : schéma des trois configurations de la cavité (Chamkha et al., 2011)

Les résultats montrent que le nombre de Nusselt moyen le long de la surface carrée chauffée, augmente lorsque les nombres de Reynolds et de Richardson augmentent.

La position et le rapport d'aspect du cylindre chauffant interne affectent sensiblement les isothermes et les lignes de courant. Une corrélation empirique a été développée pour lier le nombre de Nusselt moyen aux nombres de Reynolds ( $50 \leq Re \leq 200$ ) et Richardson ( $0 \leq Ri \leq 10$ ) pour la configuration CT.

**Bhuvanewari et al. (2011)** Dans cette étude, une analyse numérique est effectuée dans le but de comprendre les flux de convection mixte, les phénomènes de transfert de matière et de chaleur dans une cavité carrée remplie d'air et dont les deux côtés et le haut sont entraînés (voir figure 1.23). Les parois horizontales sont adiabatiques et imperméables alors que celles verticales qui se déplacent à une vitesse constante sont maintenues à des températures et concentrations différentes mais constantes. Selon la direction du mouvement des parois, trois cas ont été étudiés pour différentes combinaisons des paramètres de cette étude. Le transfert de masse et de chaleur sont réduits, si les deux parois ont le même sens de mouvement sinon il y'a amélioration du transfert de matière et de chaleur.

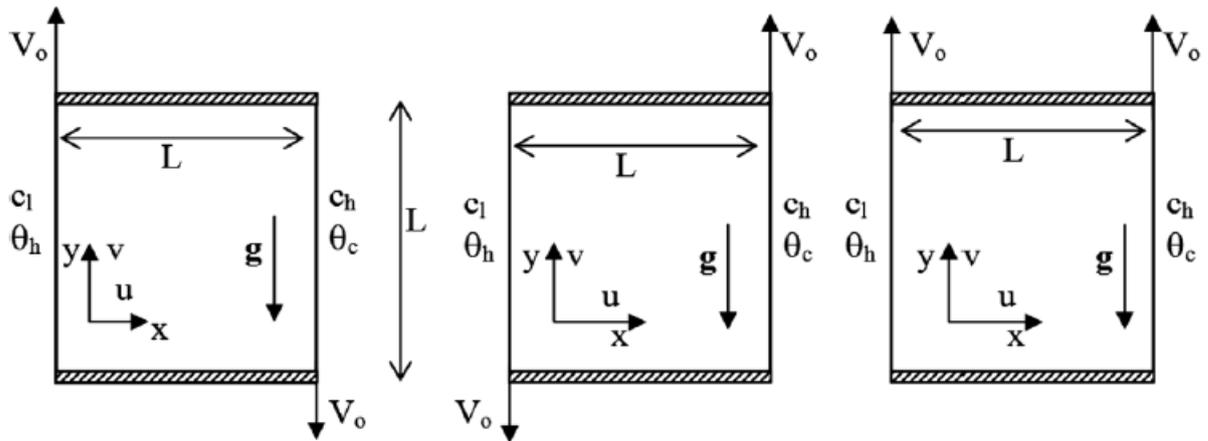


Figure (1.23) : configurations physiques (Bhuvaneswari et al., 2011)

Arani et al. (2012) ont conduit une étude numérique sur le transfert de chaleur par convection mixte dans une cavité carrée dont la paroi supérieure se déplace. Cette cavité est remplie du nanofluide cuivre-eau et possède des parois horizontales adiabatiques alors que celles verticales sont dotées de chauffage sinusoïdal (voir figure 1.24). L'effet d'accroître les forces de flottabilité alors que les forces visqueuses sont fixes et vis-versa est investigué. En outre, les effets de la variation du nombre de Richardson, la déviation de la phase du chauffage sinusoïdal, la fraction volumique des nanoparticules sur le transfert de chaleur et l'écoulement du fluide sont étudiés. Les résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur augmente lorsque le nombre de Richardson diminue et quand la fraction volumique des nanoparticules augmente. Aussi, quand le nombre de Reynolds est maintenu constant, le transfert de chaleur augmente quand le nombre de Richardson augmente.

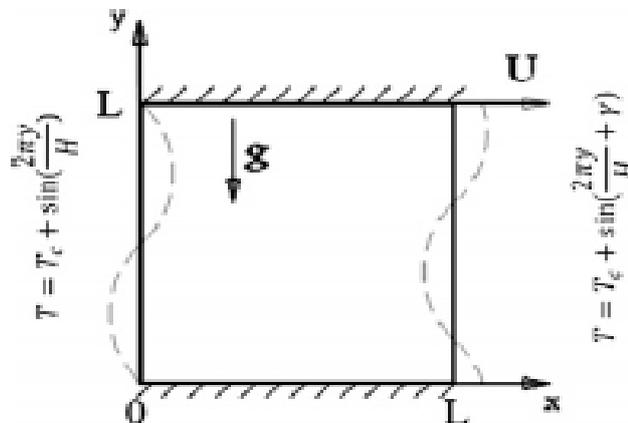
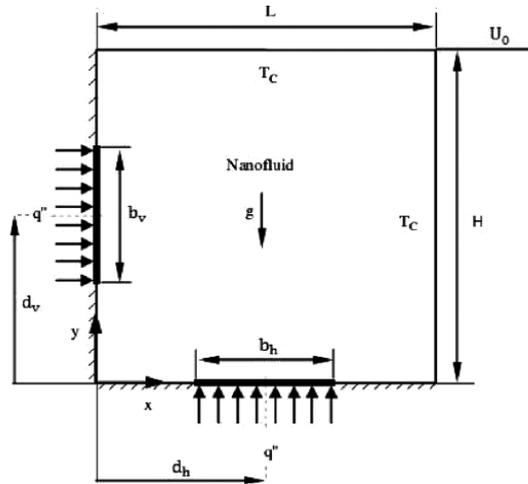


Figure (1.24): Géométrie de la cavité (Arani et al., 2012)

**Salari et al.** (2012) ont investigué numériquement la convection mixte dans une cavité dont la paroi supérieure se déplace vers la droite et la cavité est chauffée simultanément par deux sources de chaleur dont l'une est positionnée sur la paroi de fond et l'autre sur la paroi du côté, cette cavité est remplie de nanofluide (**voir figure 1.25**)



**Figure (1.25):**Géométrie de la cavité ( **Salari et al., 2012**)

Ils ont étudié les effets du nombre de Rayleigh, du nombre de Reynolds, de la fraction volumique du nanofluide, des dimensions des sources de chaleur et leurs positions sur les lignes de courant et les contours des isothermes ainsi que les effets de ces paramètres sur le nombre de Nusselt moyen. En outre, la variation du nombre de Nusselt moyen des deux sources de chaleur a été étudiée (la position d'une des deux sources étant fixe l'autre est déplacée le long de la paroi). Enfin, ils ont fait varier la longueur de l'une des deux sources pour connaître les conséquences sur le nombre de Nusselt moyen. Leurs résultats montrent que les nombres de Nusselt local et moyen augmentent lorsque le nombre de Rayleigh, la fraction volumique et le nombre de Reynolds augmentent alors qu'ils diminuent lorsqu'on augmente la longueur des sources de chaleur. Ils ont aussi trouvé que le nombre de Nusselt dépend fortement de la nature du nanofluide utilisé.

**Rahman et al.** (2012) ont investigué numériquement la convection mixte dans une cavité carrée remplie du nanofluide cuivre-eau et entraînée par le haut. Les deux parois horizontales sont adiabatiques alors que les parois verticales sont différemment chauffées à des températures constantes avec la paroi de gauche qui se déplace à une vitesse constante (**voir figure 1.26**). Les résultats sont obtenus pour les plages suivantes des paramètres tels que le nombre de Richardson (0-5), la fraction volumique des nanoparticules (0-8%) et le

nombre de Reynolds (50-200). Ils ont trouvé que le transfert de chaleur a augmenté de 9.91% quand la fraction volumique a augmenté de 0% à 8% pour  $Ri=5$ . D'un autre côté le transfert de chaleur convectif a augmenté de 120.91% lorsque Reynolds a augmenté de 50 à 200

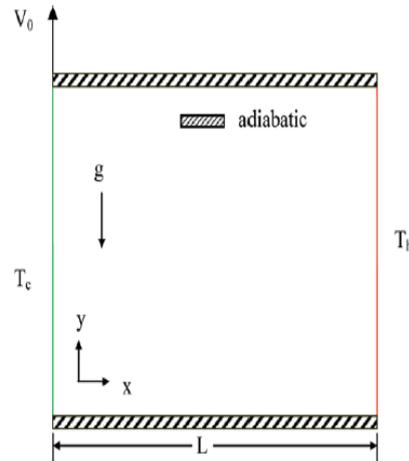


Figure (1.26) : schéma de la cavité (Rahman et al., 2012)

Sheikhzadeh et al. (2012) ont étudié les caractéristiques du transfert de chaleur par convection mixte dans une cavité carrée entraînée par le haut à vitesse constante et remplie du nanofluide  $Al_2O_3$ -eau (voir figure 1.27).

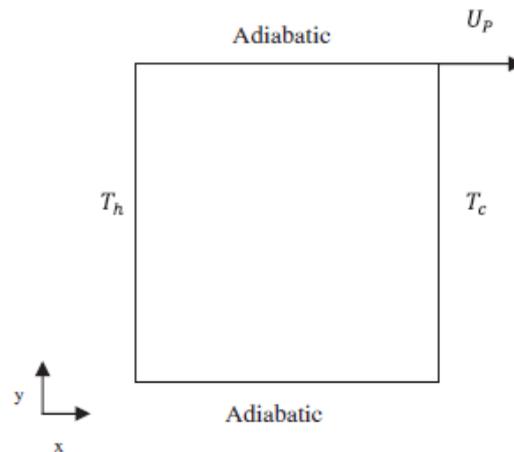
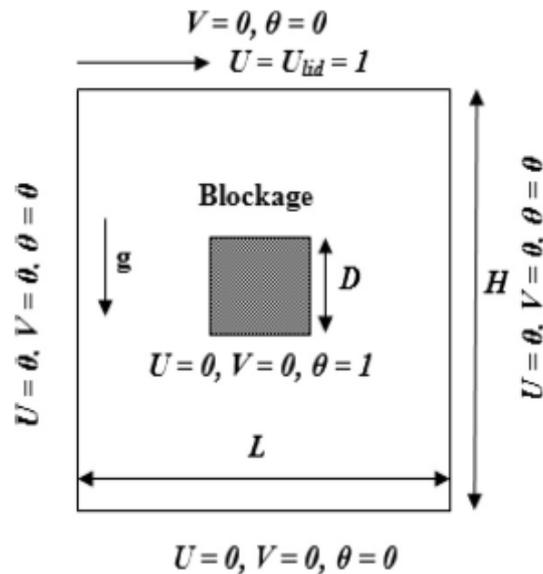


Figure (1.27) : schéma de la cavité (Sheikhzadeh et al., 2012)

Cette étude a été menée pour des nombres de Richardson variant de 0.01 à 100, la fraction volumique du solide de 0 à 0.06 et le nombre de Grashof a pour valeur  $10^4$ . En outre, ils ont considéré que la conductivité thermique et la viscosité sont variables en fonction de la

température. La viscosité et la conductivité thermique des modèles de Brinkman et Maxwell–Garnett ont été comparées à d’autres modèles d’équations de la viscosité et de la conductivité : des différences significatives dans les résultats du transfert de chaleur sont trouvées.

**Islam et al.** (2012) ont étudié numériquement par le logiciel Fluent la convection mixte laminaire dans une cavité carrée remplie d’air et dotée d’une source de chaleur centrale carrée (voir figure 1.28). Ils ont examiné le transfert de chaleur et l’écoulement du fluide pour plusieurs tailles et positions de la source de chaleur à un nombre de Richardson  $Ri$  variant de 0.01 à 100 et un nombre de Reynolds fixé à  $Re=100$ . Le meilleur nombre de Nusselt moyen est obtenu quand la source de chaleur est placée en haut à gauche ou en bas à droite de la cavité.

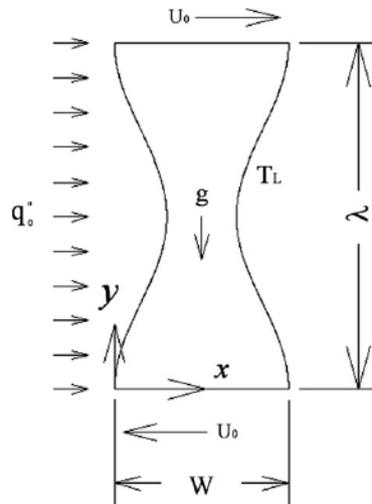


**Figure (1.28) :** schéma de la cavité (Islam et al., 2012)

**Cho et al.** (2013) ont investigué numériquement le transfert de chaleur par convection mixte dans une cavité remplie des nanofluides (Cuivre,  $Al_2O_3$  et  $TiO_2$ )-eau, et dont la paroi supérieure se déplace. Les parois gauches et droites sont ondulées alors que celles supérieure et inférieure sont plates. En outre, la paroi gauche est soumise à un flux de chaleur constant et celle de droite est maintenue à une température basse alors que les parois restantes sont adiabatiques et se déplacent horizontalement (voir figure 1.29).

Les résultats montrent que pour toutes les valeurs considérées du nombre de Richardson, le nombre de Nusselt moyen croit lorsque la fraction volumique des nanoparticules

augmente, le nanofluid cuivre-eau engendre la meilleure performance en comparaison avec les autres nanofluides.



**Figure (1.29) :** schéma de la cavité (Cho et al., 2013)

En outre, le nombre de Nusselt moyen croit lorsque le nombre de Grashof augmente pour un nombre de Richardson fixé. Finalement, ils ont trouvé que le nombre de Nusselt moyen peut être optimisé par un réglage approprié des paramètres géométriques de la surface de la cavité.

**Izadi et al.** (2014) ont investigué numériquement l'effet de l'angle d'inclinaison et de la concentration des nanoparticules sur la convection mixte dans une cavité remplie du nanofluid  $Al_2O_3$ -eau et dont la paroi supérieure est mobile (voir figure 1.30). A  $Ri=1$  et 100, un refroidissement maximum est atteint pour  $\alpha=315$ . Pour certaines plages d'angles d'inclinaison, le nombre de Nusselt moyen de la paroi gauche est supérieur à celui de la paroi droite et vis versa pour d'autres plages. Quand un vortex dont le sens de rotation est contraire aux aiguilles d'une montre apparaît dans la zone proche de la paroi chauffée et se connecte à la paroi droite, le  $Nu$  moyen de la paroi droite augmente. En outre, quand un vortex de sens horaire apparaît près de la paroi chauffée et se connecte à la paroi gauche, le nombre de Nusselt de la paroi gauche augmente. Le nombre de Nusselt moyen de la paroi inférieure (paroi chauffée) décroît lorsque la fraction volumique augmente alors que le nombre de Nusselt moyen des parois gauche et droite (parois refroidies) croît. Toutefois, la convection naturelle peut agir contre la convection forcée et affaiblir son effet.

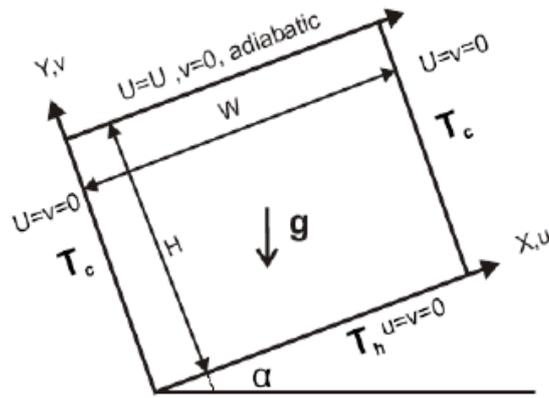


Figure (1.30) : schéma de la cavité (Izadi et al., 2014)

Selimefendigil et Oztop(2014) ont procédé à l'étude numérique de la convection mixte dans une cavité carrée avec ventilation chauffée par les parois supérieure et inférieure et remplie du nanofluide  $Al_2O_3$ -eau, en présence d'un cylindre rotatif adiabatique (voir figure 1.31). Les effets des nombres de Grashof ( $10^3$ - $10^5$ ), de Reynolds (50-300), de la fraction volumique (0-0.05), de l'angle de rotation du cylindre (-5 ,5) sur l'écoulement du fluide et les champs thermiques sont étudiés. Les résultats montrent que le transfert de chaleur augmente linéairement avec la fraction volumique des nanoparticules. Augmenter l'angle de rotation dans le sens des aiguilles d'une montre améliore le transfert de chaleur. En outre, augmenter Re améliore le transfert thermique pour un nombre de Grashof fixe et la croissance de ce dernier améliore aussi le transfert de chaleur.

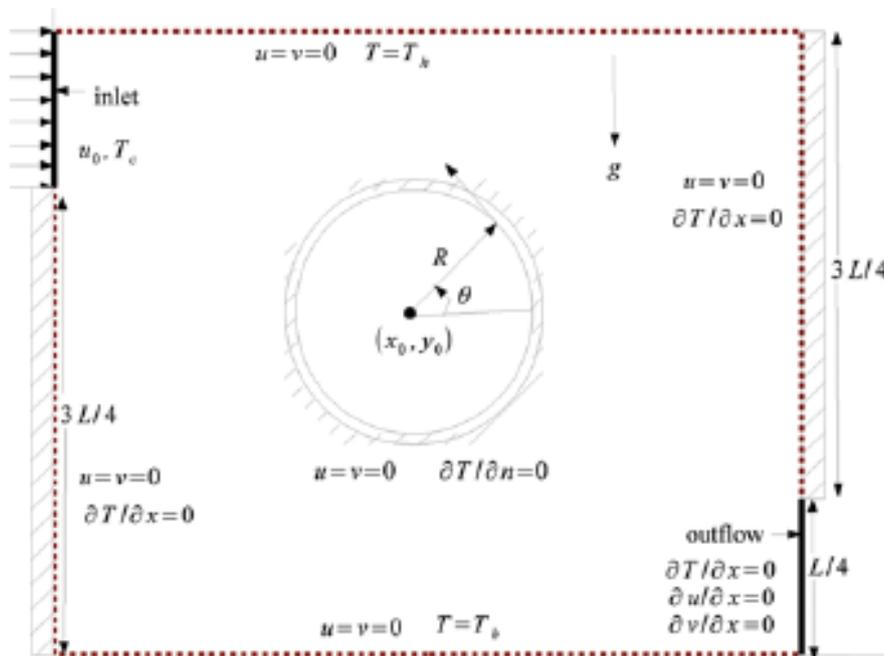
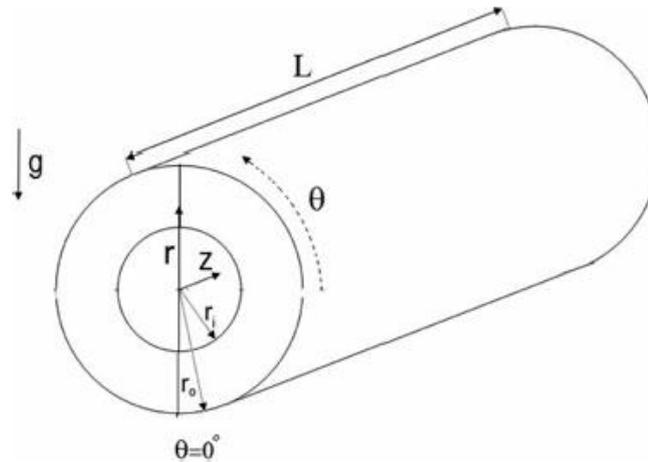


Figure (1.31) : schéma de la cavité (Selimefendigil et Oztop, 2014)

**Moghari et al.** (2014) ont mené une étude numérique de la convection mixte dans un canal annulaire horizontal chauffé par des flux de chaleur uniformes, l'un sur la section intérieure et l'autre sur la section supérieure du canal, celui-ci étant rempli du nanofluide  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -eau, (voir figure 1.32).



**Figure (1.32):**La géométrie du problème ( **Moghari et al.,2014**)

L'écoulement est considéré comme étant laminaire, permanent dans plusieurs configurations symétriques. La modélisation monophasique du nanofluide est adoptée. Les effets des paramètres importants tels que la fraction volumique des nanoparticules, l'aspect dimensionnel, le nombre de Grashof, le rapport des flux de chaleur sont discutés en détail. Ils ont constaté que le nombre de Nusselt local augmente avec la concentration des nanoparticules, le nombre de Grashof et le rapport des rayons. Seulement les inconvénients de la croissance de la concentration des nanoparticules sont l'augmentation de la chute de pression et de la puissance de pompage ce qui n'est pas désirable.

**Morshed et al.** (2014) ont étudié numériquement la convection mixte en régime laminaire dans une cavité carrée dotée de deux blocs de chaleur internes, isothermes. Toutes les parois sont maintenues à une température froide et la paroi supérieure se déplace vers la droite avec une vitesse constante (voir figure 1.33).Le comportement hydrodynamique et thermique est étudié pour différentes positions des blocs à travers l'analyse du nombre de Nusselt local autour des coins des blocs et le nombre de Nusselt moyen sur la surface des blocs à divers nombres de Richardson et de Reynolds. Les simulations ont été effectuées pour une plage du nombre de Reynolds (100-500), nombre de Richardson (0.1-10) et à un

nombre de Prandtl (0.71) à l'aide du logiciel ANSYS FLUENT. Ils ont observé que le nombre de Nusselt moyen sur la surface des blocs augmente lorsque le nombre de Reynolds augmente à différents nombres de Richardson. En outre, le nombre de Nusselt moyen change d'une manière significative lors d'un changement de position des blocs chauffés ou variation de la distance de séparation entre les deux blocs.

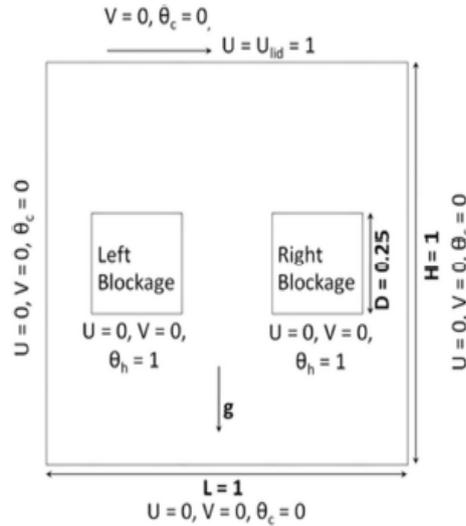


Figure (1.33) : Représentation de la cavité (Morshed et al., 2014)

Moumni et al. (2014) ont simulé numériquement le transfert de chaleur par convection mixte dans une cavité remplie des nanofluides (Cu, Ag, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> et TiO<sub>2</sub>)-eau et dotée de deux sources de chaleur qui sont situées sur la paroi inférieure (voir figure I.34). Les effets des paramètres pertinents comme le nombre de Reynolds ( $1 \leq Re \leq 100$ ), le nombre de Richardson ( $1 \leq Ri \leq 20$ ), la fraction volumique ( $0 \leq \varphi \leq 0.2$ ), la nature des nanoparticules et la position des deux sources de chaleur sont investigués.

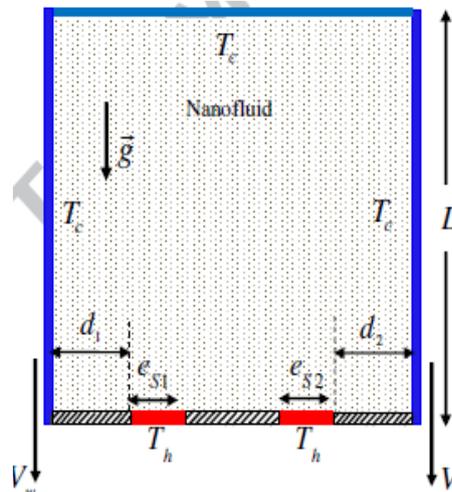


Figure (1.34) : schéma de la cavité (Moumni et al., 2014)



En outre, l'addition de 5% de nanoparticules au fluide de base génère 7.71% de croissance du nombre de Nusselt dans la cavité. Les résultats montrent aussi que le transfert de chaleur est maximum seulement dans la position horizontale pour tous les nombres de Richardson et ceci est dû au fait que seulement dans cette position les forces de flottabilité aident complètement les forces visqueuses.

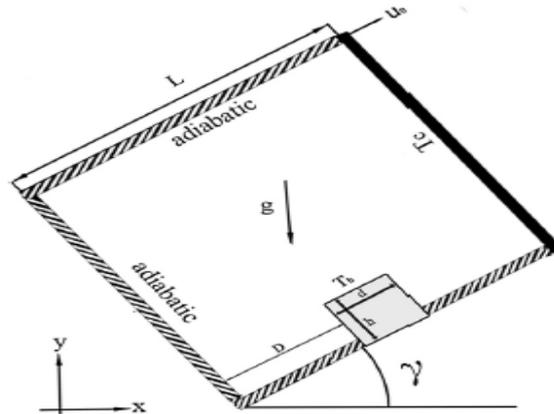


Figure (I.36) : schéma de la cavité (Esfe et al., 2015)

Zeghbid et Bessaih(2017) ont étudié numériquement la convection mixte laminaire dans une cavité carrée remplie de nanofluides, fermée par un couvercle et chauffée simultanément par des flux de chaleur constants de deux sources de chaleur placées sur les deux parois verticales (voir figure 1.37). Les résultats ont été présentés en termes de lignes de courant, isothermes, profils de vitesse verticale et nombres de Nusselt locaux et moyens pour un intervalle du nombre de Rayleigh ( $Ra=10^3-10^6$ ), nombre de Reynolds ( $Re=1-500$ ), fraction volumique des nanoparticules ( $\varphi=0-0.10$ ), les sources de chaleur et le type de nanofluides (Cu, Ag,  $Al_2O_3$  et  $TiO_2$ )-eau. Il a été constaté que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et de la fraction volumique solide des nanofluides. Les résultats montrent aussi que le nanofluide cuivre-eau améliore le transfert de chaleur, et que la position des sources de chaleur a une influence sur les flux et les champs thermiques, ainsi que sur les valeurs des nombres de Nusselt locaux et moyens.

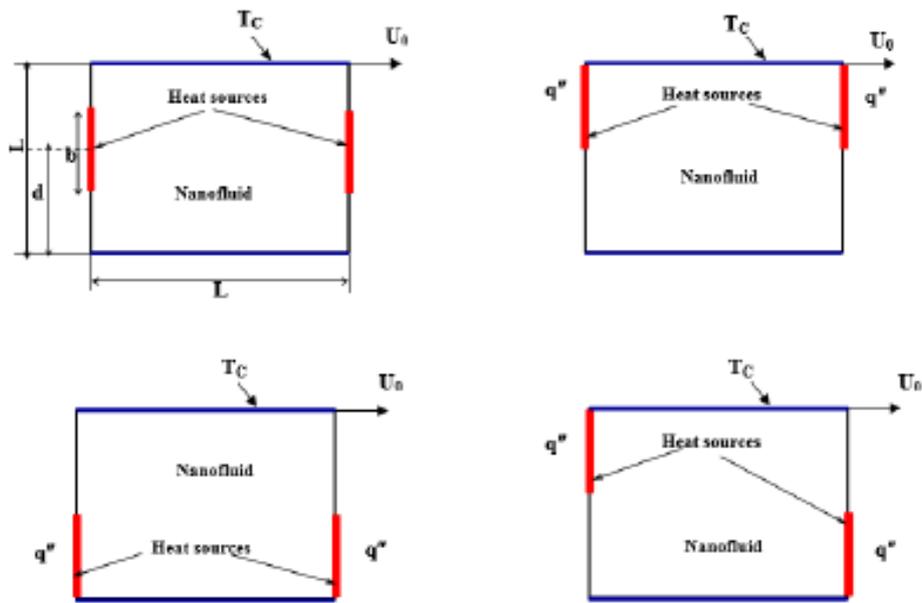


Figure (1.37) : schéma de la cavité (Zeghibid et Bessaïh, 2017)

Öztop et al(2017) Une investigation numérique a été effectuée sur les effets d'un champs magnétique sur la convection mixte dans une cavité remplie du nanofluid CuO-eau, une des parois partiellement chauffée est ondulée et la paroi supérieure est mobile (voir figure 1.38). Ils ont conclut que le transfert de chaleur diminue lorsque le nombre de Hartmann augmente et peut être augmenté ou diminué en augmentant la fraction volumique des nanoparticules en fonction des nombres de Hartmann et de Richardson.

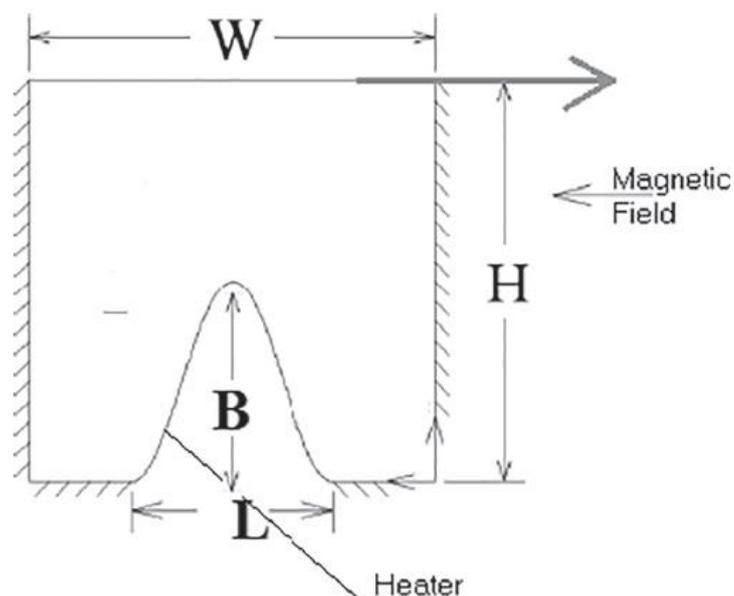
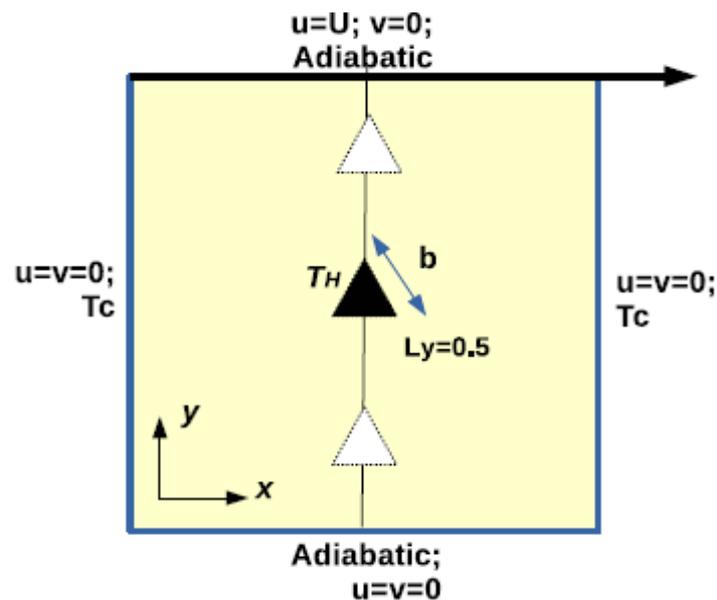


Figure (1.38) : schéma de la cavité (Öztop et al., 2017)

**Gangawane et al.** (2018) le présent travail examine l'influence de la localisation d'un bloc triangulaire chauffé le long de la ligne médiane verticale de la cavité sur les caractéristiques de transfert de chaleur par convection mixte. L'écoulement est supposé être 2D, laminaire, incompressible et newtonien. Le domaine d'étude physique est la cavité carrée dont la paroi supérieure est mobile, les parois inférieure et supérieure sont adiabatiques, tandis que les deux parois verticales sont maintenues à une température ambiante. La cavité contient un bloc triangulaire équilatéral, isotherme et chauffé, le changement de position du bloc est permis le long de la ligne médiane verticale de la cavité (**voir figure 1.39**). L'influence des paramètres pertinents tels que le nombre de Reynolds ( $1 \leq Re \leq 1000$ ), le nombre de Richardson ( $0.01, 1, 10$ ), surface adimensionnelle du bloc ( $0.1, 0.2, 0.3$ ) et position du bloc ( $Ly : 0.25, 0.5, 0.75$ ) sur les nombre de Nusselt local et moyen a été étudiée. Ils ont conclu qu'un meilleur transfert de chaleur est obtenu pour la position centrale du bloc ( $Ly=0.5$ ) en comparaison avec les autres positions.

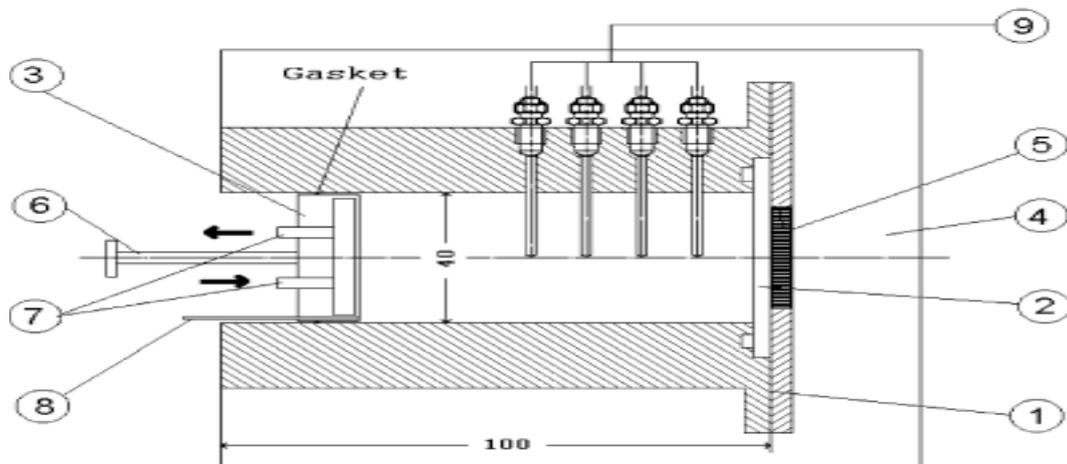


**Figure (1.39) :** schéma de la cavité (**Gangawane et al., 2018**)

Les travaux expérimentaux sur la convection sont peu nombreux et ceci est dû aux difficultés de préparation des nanofluides et la mesure de leurs paramètres.

**Putra et al.** (2003) ont réalisé un travail expérimental sur la convection naturelle des nanofluides  $Al_2O_3$ -eau et  $CuO$ -eau à l'intérieur d'un cylindre horizontal chauffé et refroidi par les deux extrémités (**voir figure 1.40**). Ils ont trouvé que la présence de nanoparticules

détériorait systématiquement le transfert de chaleur pour une concentration de particules croissante caractérisée par une diminution du nombre de Nusselt pour un nombre de Rayleigh donné. La diminution a été observée pour être plus sévère pour un rapport d'aspect de 1,0 que celui de 0,5. Ils ont attribué les raisons possibles de la détérioration aux effets de glissement entre les particules et le fluide et à la sédimentation des nanoparticules.



**Figure (1.40) :** schéma de l'installation expérimentale (1-bloc cylindrique/2 et 3- couvercle de fond comme surface de chauffage /5- éléments de résistance chauffante/6- piston/7- entrée et sortie de l'eau de refroidissement/8- tube étroit/9- thermocouples (**Putra et al., 2003**))

**Wen et Ding**(2005) ont mené une étude expérimentale sur le transfert de chaleur par convection du nanofluide  $\text{TiO}_2$  (30-40nm)-eau dans un contenant qui était composé de deux disques horizontaux en aluminium de diamètre 240 nm et épaisseur 10 nm séparés par un écart de 10 nm. La surface supérieure du disque supérieur en aluminium a été exposée à un espace ouvert et refroidi par l'air comprimé (**voir figure 1.41**).

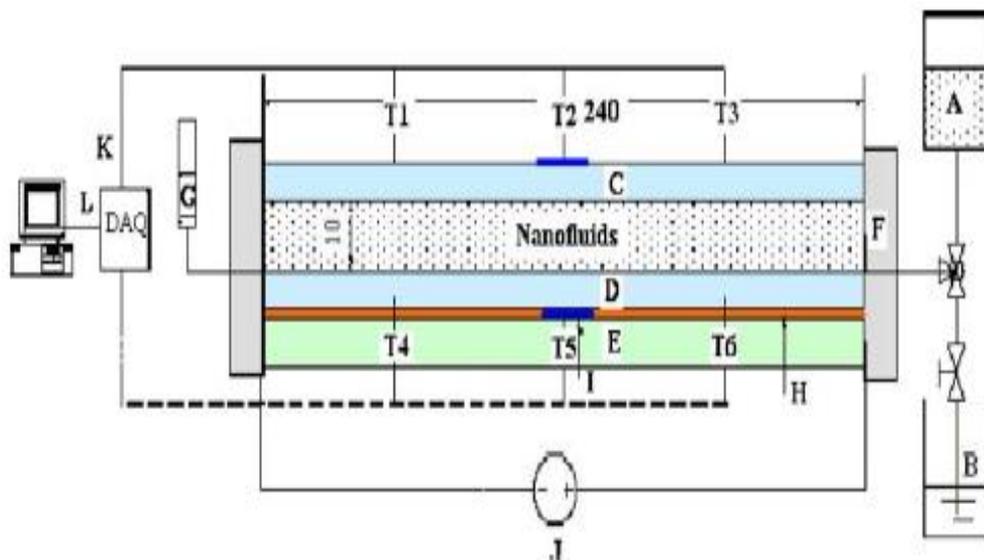
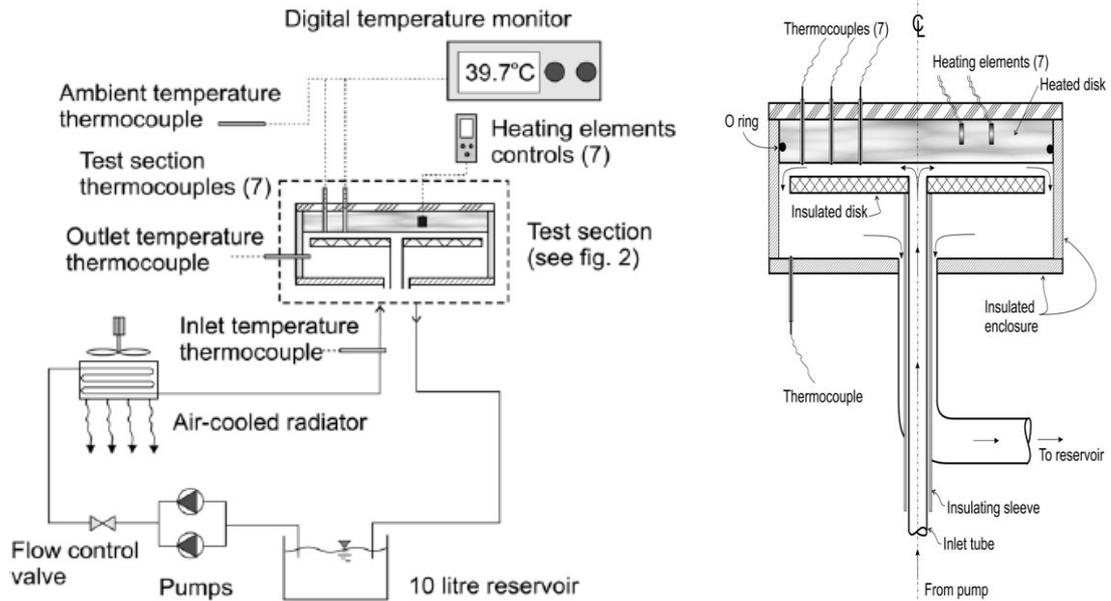


Figure (1.41) : schéma de l'installation expérimentale (Wen et Ding, 2005)

Ils ont remarqué qu'il y a une bonne stabilité en suspension grâce à un système de mixage mécanique et un stabilisateur électrostatique, mais une détérioration rapide du transfert de chaleur en convection naturelle s'est produite et le coefficient de transfert de chaleur avait une importante chute avec l'augmentation de la concentration du nanofluide, qui se traduit par la décroissance des valeurs du nombre de Nusselt  $Nu$  en fonction de la croissance du nombre de Rayleigh  $Ra$ . Les résultats prouvent que le nombre de Nusselt  $Nu$  était en croissance avec la croissance du produit des nombres de Grashof et Prandtl ( $Gr^* Pr$ ), et cela d'une façon plus importante pour les plus grandes valeurs de concentration en  $TiO_2$ .

**Gherasim et al.** (2009) ont investigué expérimentalement les capacités d'amélioration du transfert de chaleur des réfrigérants composés de nanoparticules en suspension ( $Al_2O_3$  dispersées dans l'eau) à l'intérieur d'un dispositif de refroidissement à écoulement radial. Ils ont considéré un écoulement radial laminaire d'un nanofluide entre un disque chauffé et une plaque plane avec injection axiale du réfrigérant. Un banc d'essai expérimental a été construit (voir figure 1.42). Les résultats montrent que des améliorations de transfert de chaleur sont possibles dans les systèmes de refroidissement à écoulement radial avec l'utilisation de nanofluides. En général, il a été remarqué que le nombre de Nusselt augmente avec la fraction volumique des nanoparticules et le nombre de Reynolds et diminue avec une augmentation de l'espacement des disques.



**Figure (1.42) :** schéma de l'installation expérimentale et de la section de test (**Gherasim et al., 2009**)

**Ghazvini et al.** (2011) ont investigué expérimentalement les effets de l'utilisation des nano diamants comme additifs à l'huile de moteur sur le transfert de chaleur d'un écoulement laminaire dans un canal. Un tube lisse de diamètre interne 6 mm, chauffé par un serpentin électrique générant un flux de chaleur constant, a été utilisé comme section d'essai (**voir figure 1.43**). La conductivité thermique, la chaleur spécifique et la viscosité des nanofluides ont été mesurées à différentes températures et pour diverses fractions volumiques. En outre, les coefficients de transfert de chaleur et les nombres de Nusselt ont été obtenus pour différentes concentrations des nanoparticules, nombres de Peclet et Reynolds. Les résultats expérimentaux indiquent clairement l'amélioration du transfert de chaleur due à la présence des nanoparticules dans le fluide. Seulement les mesures montrent un accroissement significatif de la chute de pression qu'il faut prendre en considération.

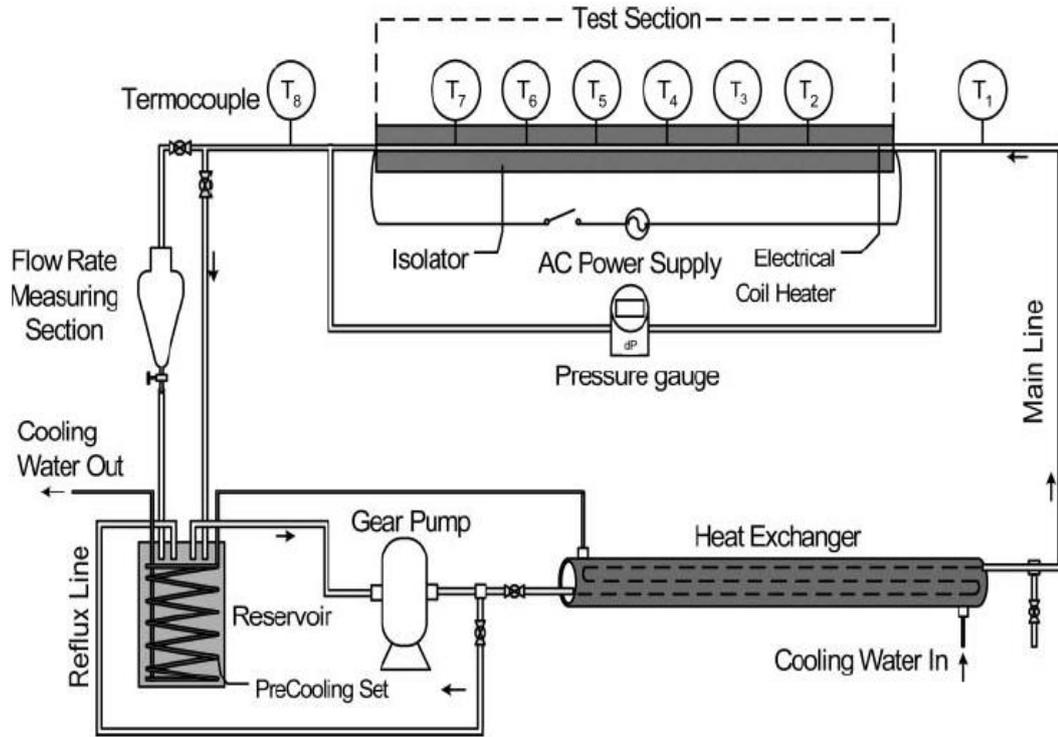


Figure (1.43) : schéma de l'installation expérimentale (Ghazvini et al., 2011)

**Heyhat et al.** (2012) ont fait un travail expérimental sur le coefficient de transfert thermique et le coefficient de frottement des nanofluides circulant dans un tube horizontal dans des conditions d'écoulement laminaire (voir figure 1.44). Les expériences ont été effectuées sur la région pleinement développée dans des conditions de température de paroi constante. Des nanoparticules d' $\text{Al}_2\text{O}_3$  ayant des diamètres de 40 nm dispersées dans de l'eau distillée avec des concentrations en volume de 0,1 à 2% ont été utilisées comme fluide d'essai. Toutes les propriétés physiques des nanofluides nécessaires pour calculer la perte de charge et le coefficient de transfert de chaleur convectif ont été mesurées. Les résultats montrent que le coefficient de transfert de chaleur du nanofluide est plus élevé que celui du fluide de base et augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds et concentrations de particules. Le coefficient de transfert de chaleur augmente d'environ 32% dans la région entièrement développée à 2% de nanoparticules. La perte de pression mesurée pour les nanofluides était en général beaucoup plus élevée que pour l'eau pure

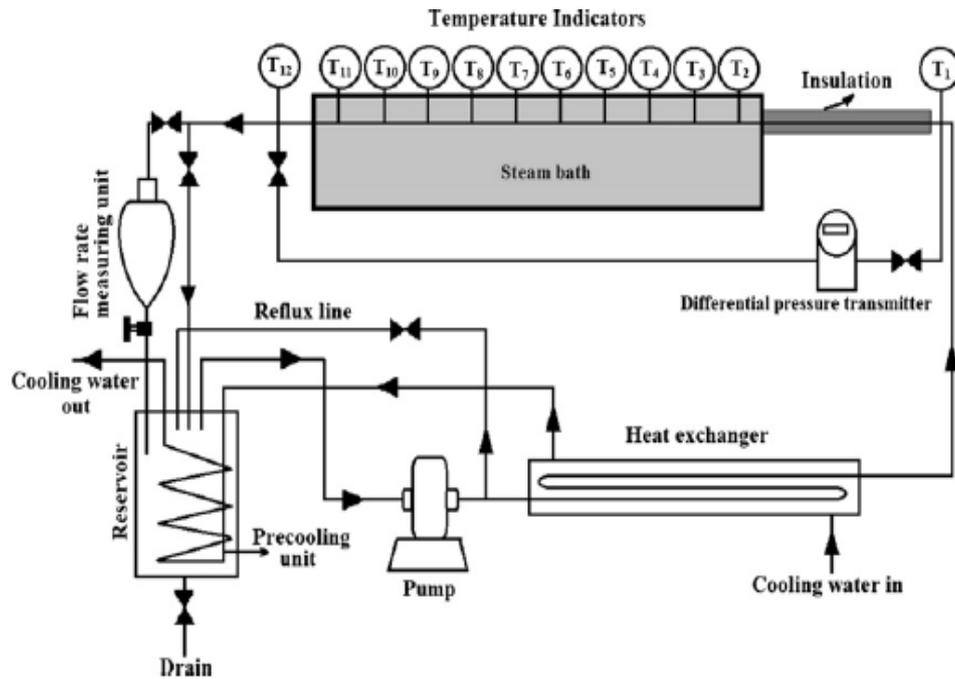
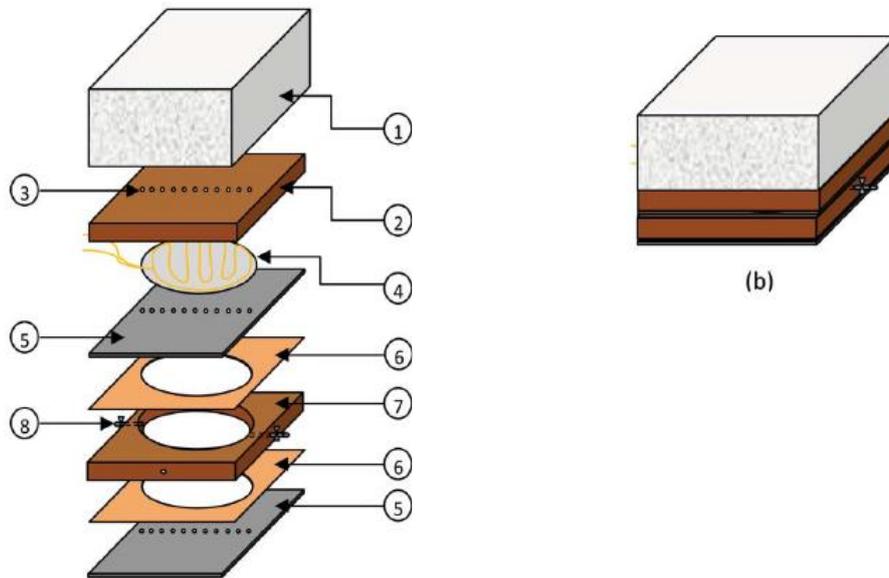


Figure (1.44) : schéma de l'installation expérimentale (Heyhat et al., 2012)

ALI et al. (2013) une investigation expérimentale sur le transfert de chaleur par convection naturelle est effectuée dans un canal circulaire vertical confiné et rempli de nanofluide de différentes concentrations (voir figure 1.45). Deux canaux de différents rapports dimensionnels sont étudiés. La surface supérieure est chauffée par un flux de chaleur constant alors que la surface inférieure est sujette au refroidissement par un flux d'air ambiant. Une corrélation générale pour le nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Rayleigh est obtenue en utilisant la fraction volumique et le rapport dimensionnel comme paramètres pour les deux enceintes. Les résultats montrent que le nombre de Nusselt pour le nanofluide est inférieur à celui obtenu pour le fluide de base. Cela veut dire que l'utilisation de nanofluide affecte négativement le coefficient de transfert de chaleur en comparaison avec l'eau pure.



**Figure (1.45):**configuration de la cavité (1-polystyrène / 2-bakélite / 3-thermocouples / 4-chauffage / 5-plaques de cuivre / 6- joint d'étanchéité / 7- cavité circulaire / 8-vanne à deux voies /b- cavité assemblée. (ALI et al., 2013)

**Rashmi et al. (2013)** Dans cette étude (voir figure 1.46), des nanofluides à base de nanotubes de carbone (NTC) de 0,01% en poids, stabilisés par 1,0% en poids de gomme arabique ont été utilisés comme liquide de refroidissement dans un échangeur de chaleur à écoulement laminaire à tube concentrique. Le débit du fluide froid varie de 10 à 50 g/s. Des simulations expérimentales et numériques ont été réalisées pour déterminer l'amélioration du transfert de chaleur en utilisant les nanofluides à base de NTC. La conductivité thermique, la densité et la rhéologie du nanofluide ont également été mesurées en fonction de la température. Les résultats ont montré une amélioration de la conductivité thermique de 4% à 125% et près de 70% d'augmentation du transfert de chaleur avec augmentation de débit.

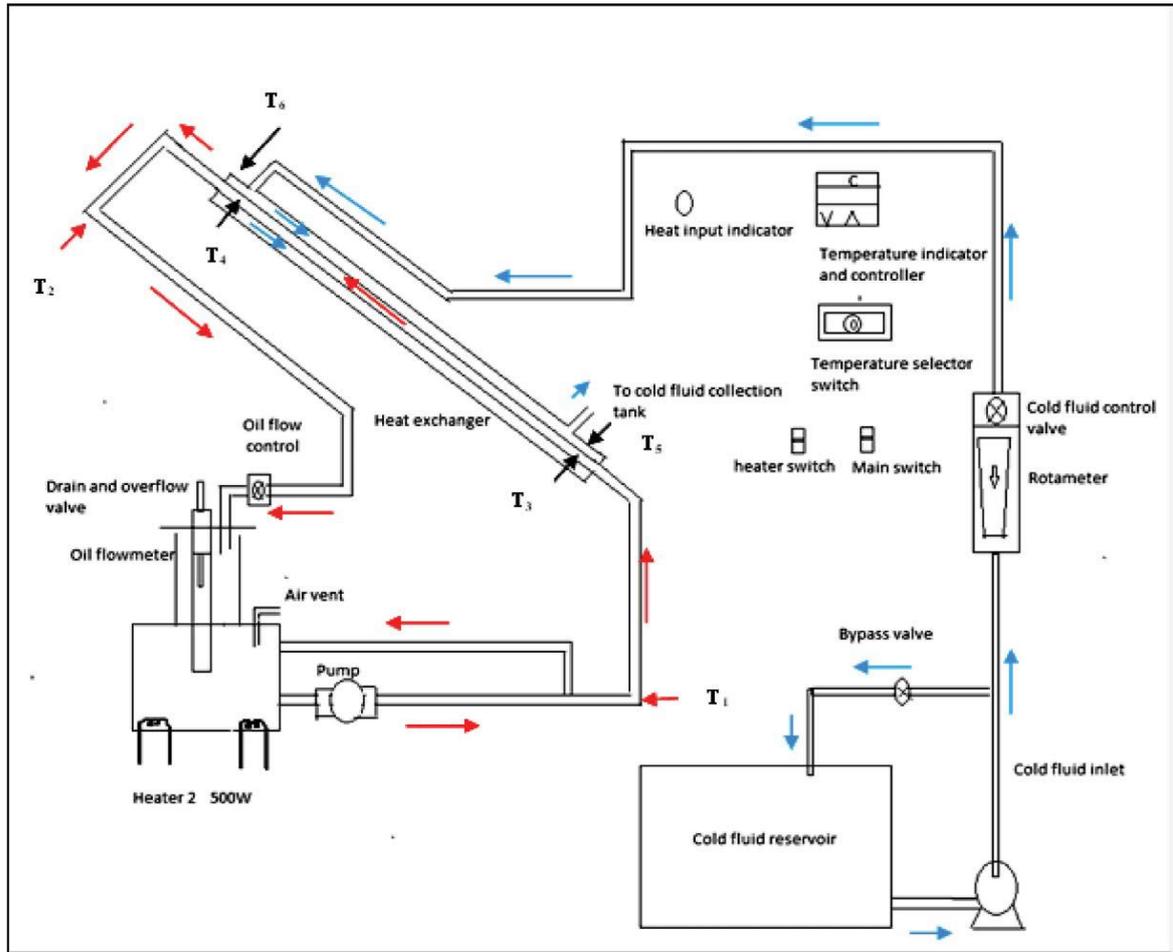


Figure (1.46) : schéma de l'installation expérimentale (Rashmi et al., 2013)

Hu et al. (2014) ont investigué expérimentalement et numériquement l'écoulement du fluide et le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité carrée (voir figure 1.47), la conductivité thermique et la viscosité du nanofluide  $Al_2O_3$ -eau sont mesurés et les effets de différentes fractions volumiques des nanoparticules et de différents nombres de Rayleigh sur le transfert de chaleur sont discutés. On constate que le transfert de chaleur est plus sensible à la conductivité thermique que la viscosité à faible fraction volumique des nanoparticules et il est plus sensible à la viscosité que la conductivité thermique pour les fractions volumiques élevées. Parmi les forces, la force d'entraînement du gradient de température est la plus importante et a le plus grand effet sur la distribution des nanoparticules. La force motrice du gradient de température, la force brownienne, la force de gravité-flottabilité ont un effet positif sur l'amélioration du transfert de chaleur par convection naturelle, tandis que l'effet de la force de traînée est négatif.

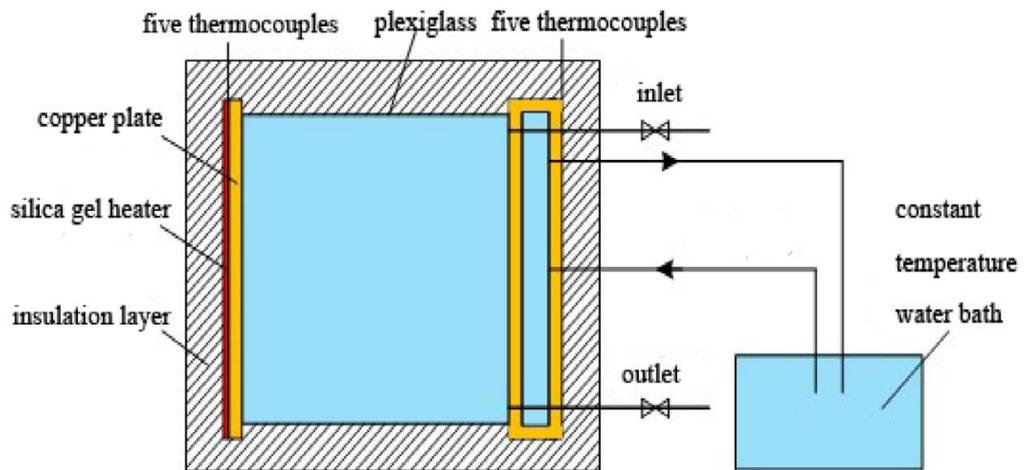
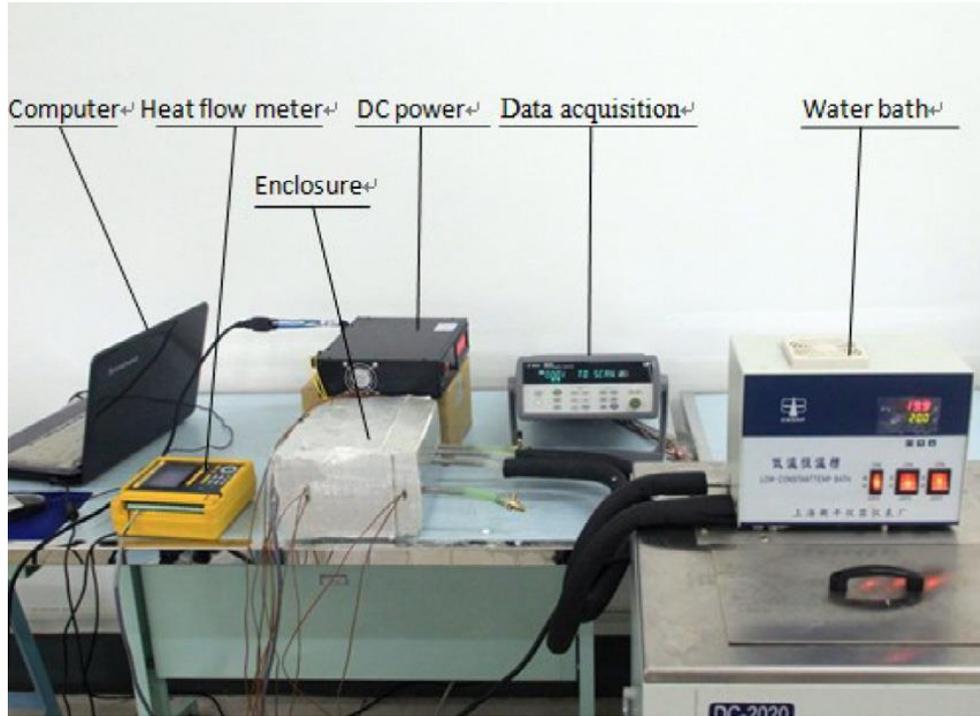


Figure (1.47) : schéma de l'installation expérimentale et structure de la cavité (Hu et al., 2014).

### I.3 Conclusion

Ce premier chapitre, présente des notions générales sur les nanofluides qui constituent à l'heure actuelle une des solutions pour améliorer le transfert thermique dans différents domaines industriels comme il a été souligné déjà en 2007 par Doche et al.(2007).

Une synthèse des différents travaux relatifs à ce sujet a été réalisée pour bien clarifier et bien comprendre les caractéristiques de l'écoulement, du transfert thermique et les problèmes liés à l'évacuation de la chaleur en utilisant la convection naturelle et mixte.

Elle montre aussi que la recherche dans le domaine du refroidissement par l'utilisation de ces nanofluides est en plein essor et c'est dans ce contexte que nous avons consacré ce travail à l'étude numérique du transfert thermique par convection d'un corps chauffé placé dans une cavité remplie de différents nanofluides.

## Chapitre II GEOMETRIE DU PROBLEME ET FORMULATION MATHEMATIQUE

### II.1 Introduction

L'objectif de ce problème consiste en la simulation numérique du transfert de chaleur et de l'écoulement de nanofluides dans une cavité carrée dotée d'une source de chaleur centrale carrée. Dans ce qui suit, on présentera l'étude bidimensionnelle (2-D) à l'aide d'un code maison en Fortran, on commence par l'écriture des équations sous leurs formes générales, puis on passera aux différents traitements de ces équations ainsi que les conditions aux limites associées.

### II.2 Eléments mathématiques de base

La formulation mathématique des phénomènes de convection repose sur les équations liant les différents paramètres à savoir : la vitesse, la pression et la température. Ces équations sont obtenues à partir des lois de conservation de masse, de conservation de la quantité de mouvement (équations de Navier - Stokes) et de conservation d'énergie.

#### II.2.1 Equation de continuité

C'est l'équation qui exprime le principe de conservation de la masse. Elle s'exprime sous forme tensorielle comme suit (**Bejan, 2004**):

$$\frac{\partial(\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (\text{II.1})$$

(j : indice de somme, = 1~3).

#### II.2.2 Equation de la quantité de mouvement

Cette équation est déduite de la deuxième loi de la dynamique, qui stipule que la variation de la quantité de mouvement d'une particule fluide est égale à la somme des forces extérieures sur cette particule. Elle s'écrit sous forme tensorielle comme suit (**Bejan, 2004**):

$$\frac{\partial(\rho u_i v_j)}{\partial x_j} = \rho g_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (\text{II.2})$$

où:

$\frac{\partial(\rho u_i v_j)}{\partial x_j}$  représente le taux net de transport de quantité de mouvement suivant la direction  $i$ , par mouvement du fluide.

$\rho g_i$  représente les forces de volume suivant la direction  $i$ .

$\frac{\partial p}{\partial x_i}$  représente les forces dues à la pression.

$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$  représente les forces nettes de viscosité.

( $j$  : indice de somme, = 1~3).

( $i$  : indice de direction, = 1~3).

### II.2.3 Equation de l'énergie

L'équation de l'énergie est obtenue en appliquant le premier principe de la thermodynamique pour un fluide Newtonien incompressible (**Bejan, 1993**).

L'équation d'énergie est donnée comme suit :

$$\rho C_p \frac{\partial(u_j T)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + \dot{q} + \mu \Phi \quad (\text{II.3})$$

où:

$k$  La conductivité thermique.

$C_p$  La chaleur spécifique à pression constante.

$\rho$  La masse volumique.

$\dot{q}$  La génération de chaleur par unité de volume (densité de chaleur volumétrique).

$\mu$  Viscosité dynamique du fluide.

$\Phi$  La dissipation visqueuse.

### II.3 Hypothèses simplificatrices

- L'écoulement dans la cavité est laminaire, stationnaire et bidimensionnel (suivant les coordonnées cartésiennes  $x$  et  $y$ ).
- Le fluide dans la cavité est un nanofluide dont la base est l'eau, il est Newtonien et incompressible.
- On considère qu'il existe un équilibre thermique entre le fluide de base et les nanoparticules et qu'il n'y a pas de glissement entre les deux milieux.
- Les nanoparticules sont de formes et tailles uniformes.
- On suppose que les propriétés du nanofluide sont constantes excepté la masse volumique.
- L'approximation de Boussinesq stipule que les variations de la masse volumique sont insignifiantes dans tous les termes des équations de quantité de mouvement ( $\rho = \rho_0$ ) sauf au niveau du terme de gravité. L'expression de  $\rho$  en fonction de la température est illustrée par l'équation de **Bejan, 2004** :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{II.4})$$

$T_0$  : Température de réf.

$\rho_0$  : Masse volumique du fluide à  $T_0$ .

- L'accélération de la pesanteur agit dans le sens négatif de l'axe des  $y$ .
- La source de chaleur est isotherme et sa taille adimensionnelle est  $S$ .
- La dissipation visqueuse dans l'équation d'énergie est négligeable.

### II.4 Géométrie du problème et formulation mathématique

#### II.4.1 Géométrie du problème et propriétés thermophysiques de nanofluides

La géométrie du problème considéré est illustrée dans la figure (2.1). La convection mixte est étudiée dans une cavité carrée de côté ( $L$ ) dont la paroi supérieure se déplace vers la droite à une vitesse constante  $U_0$ . Les autres parois de la cavité sont froides et leur température est  $T_c$ . Cette cavité est remplie des nanofluides (Cu, Ag,  $Al_2O_3$  et  $TiO_2$ )-Eau.

Une source de chaleur carrée de côté(1) est située au centre de cette cavité, sa température  $T_h$  est uniforme. Dans toutes les conditions  $\Delta T = T_h - T_c$  est inférieure à  $8^\circ\text{C}$ .

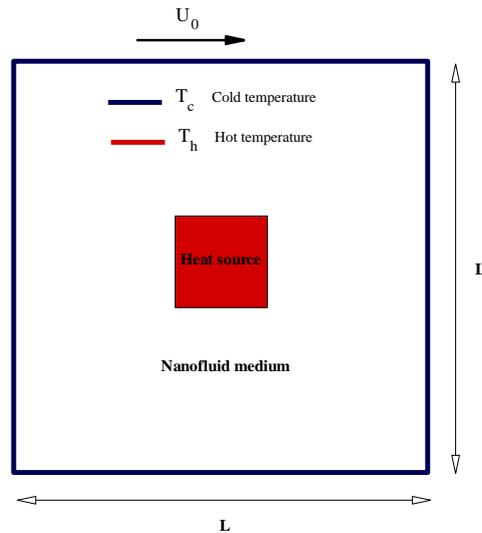


Figure 2.1 : Géométrie du problème considéré.

Tableau 1: Les propriétés thermophysiques du fluide de base et des nanoparticules à 298K [Moumni et al. (2014)] et [Chemloul et al. (2016)]

Propriété	Eau	Cuivre (Cu)	Argent (Ag)	Oxyde de titane (TiO <sub>2</sub> )	Alumine (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )
$C_p$ (J/Kg K)	4179	385	235	686.2	765
$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )	997.1	8933	10500	4250	3970
$k$ (W/m K)	0.613	401	429	8.9538	40
$\beta 10^5$ (1/K)	21	1.67	1.89	0.9	0.85

#### II.4.2 Modèle mathématique et équations dimensionnelles

L'écoulement est modélisé par les équations de Navier-Stokes. Le champ thermique par l'équation d'énergie. En prenant en considération toutes ces hypothèses, les équations dimensionnelles peuvent s'écrire :

- Equation de continuité

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.5})$$

- Equation de quantité de mouvement suivant « x »

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_{nf} \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right\} \quad (\text{II.6})$$

- Equation de quantité de mouvement suivant « y »

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu_{nf} \left\{ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right\} + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}} g(T - T_c) \quad (\text{II.7})$$

- Equation d'énergie

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right\} \quad (\text{II.8})$$

- La diffusivité thermique et la masse volumique effective d'un nanofluide sont:

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho c_p)_{nf}} \quad (\text{II.9})$$

$$\rho_{nf} = \varphi \rho_s + (1 - \varphi) \rho_f \quad (\text{II.10})$$

- Le coefficient d'expansion thermique et la capacité calorifique d'un nanofluide sont:

$$(\rho\beta)_{nf} = \varphi(\rho\beta)_s + (1 - \varphi)(\rho\beta)_f \quad (\text{II.11})$$

$$(\rho c_p)_{nf} = \varphi(\rho c_p)_s + (1 - \varphi)(\rho c_p)_f \quad (\text{II.12})$$

- La viscosité effective des nanofluides a été proposée par **Brinkman (1952)** comme suit :

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}} \quad (\text{II.13})$$

- La conductivité thermique effective d'un nanofluide est calculée par le modèle de **Maxwell (1904)**:

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)} \quad (\text{II.14})$$

### II.4.3 Adimensionnalisation des équations

Les équations dimensionnelles sont développées sous forme adimensionnelle par l'utilisation des variables caractéristiques suivantes :

$$\mathbf{X} = \frac{x}{L} \quad \mathbf{Y} = \frac{y}{L} \quad \mathbf{U} = \frac{u}{U_0} \quad \mathbf{V} = \frac{v}{U_0} \quad \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \quad \mathbf{P} = \frac{(p + \rho g y) L^2}{\rho_{nf} U_0^2}$$

- Equation de continuité

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{X}} + \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{Y}} = 0 \quad (\text{II.15})$$

- Equation de quantité de mouvement suivant « X »

$$\mathbf{U} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{X}} + \mathbf{V} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{Y}} = -\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{X}} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\varphi)^{2.5}} \left\{ \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial \mathbf{X}^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial \mathbf{Y}^2} \right\} \quad (\text{II.16})$$

- Equation de quantité de mouvement suivant « Y »

$$\mathbf{U} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{X}} + \mathbf{V} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{Y}} = -\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{Y}} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\varphi)^{2.5}} \left\{ \frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial \mathbf{X}^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{V}}{\partial \mathbf{Y}^2} \right\} + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f} \text{Ri} \theta \quad (\text{II.17})$$

- Equation d'énergie

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \frac{1}{\text{Re Pr}} \left\{ \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right\} \quad (\text{II.18})$$

U et V sont respectivement les vitesses adimensionnelles dans les directions X et Y. Les paramètres adimensionnels qui apparaissent dans les équations sont le nombre de Reynolds  $\text{Re} = U_0 L / \nu_f$ , le nombre de Prandtl  $\text{Pr} = \nu_f / \alpha_f$ , le nombre de Richardson  $\text{Ri} = \text{Gr} / \text{Re}^2$ , et la fraction volumique des nanoparticules  $\phi$ .

#### II.4.4 Conditions aux limites

Les conditions aux limites sous forme adimensionnelle sont :

$$\text{A } X=0 \text{ et } 0 \leq Y \leq L \quad U=0, \quad V=0, \quad \theta=0 \quad (\text{paroi verticale gauche})$$

$$\text{A } X=L \text{ et } 0 \leq Y \leq L, \quad U=0, \quad V=0, \quad \theta=0 \quad (\text{paroi verticale droite})$$

$$\text{A } Y=L \text{ et } 0 \leq X \leq L, \quad U=U_0=1 \quad V=0, \quad \theta=0 \quad (\text{paroi supérieure})$$

$$\text{A } Y=0 \text{ et } 0 \leq X \leq L \quad U=0, \quad V=0, \quad \theta=0 \quad (\text{paroi inférieure})$$

Sur les surfaces de la source de chaleur:  $V=0, \theta=1, U=0$ .

## Chapitre III

## FORMULATION NUMERIQUE

## III.1 Introduction

Dans notre travail, on a utilisé la méthode des volumes finis pour résoudre les équations précédentes (II.15 à II.18). C'est une méthode qui est universellement employée dans la discrétisation des équations gouvernantes dans l'espace et le temps. La discrétisation transforme les équations différentielles du modèle mathématique en équations algébriques. Elle consiste à intégrer les équations de transport sur un ensemble discret de volumes finis jointifs, appelés volumes de contrôle, couvrant le domaine physique. La méthode des volumes finis maintient une base physique qui garanti la conservation de la masse et de la quantité de mouvement dans chaque volume de contrôle et ainsi dans tout le domaine de calcul.

## III.2 Maillage

Comme présenté dans la figure 3.1, le domaine d'étude est subdivisé en volume finis. Chaque volume de contrôle a une dimension  $\Delta X * \Delta Y * 1$ . Au centre de chaque volume de contrôle sont stockées les quantités scalaires ( $P, \theta$ ) et les quantités vectorielles ( $U, V$ ) sont localisées aux faces des volumes de contrôle aux faces e, w, n et s (voir figure 3.2).

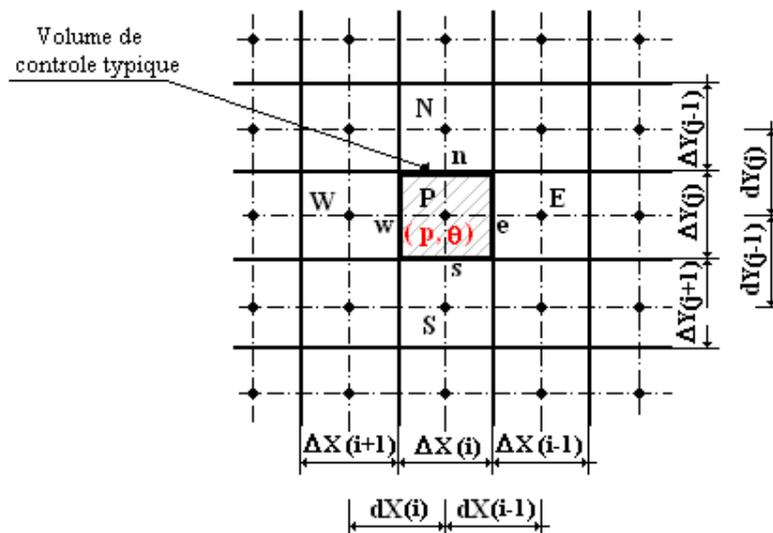
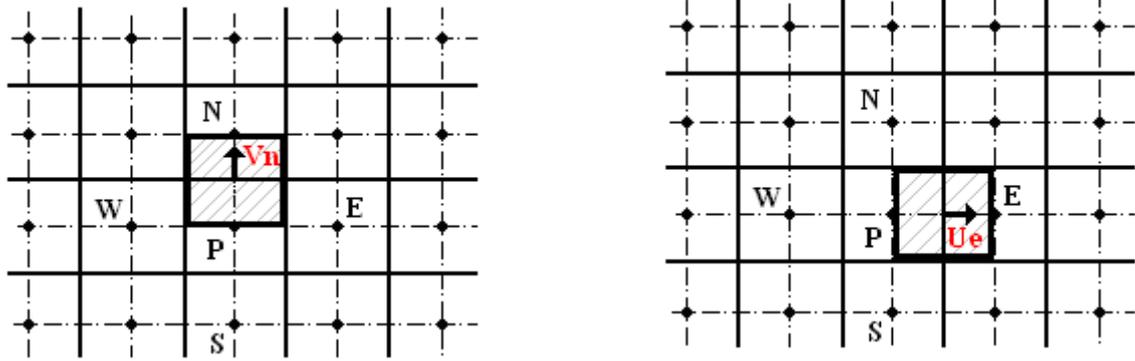


Figure 3.1: Volume de contrôle typique.



Volume de contrôle décalé vers le haut.

Volume de contrôle décalé vers la droite.

**Figure 3.2:** Localisation des quantités vectorielles (U et V).

### III.3 Forme générale de l'équation de transport

Les équations différentielles aux dérivées partielles adimensionnelles (II.15 à II.18) présentées dans le chapitre II, peuvent se mettre sous la forme générale d'une équation de transport (eq III.1), dont les expressions des grandeurs physiques, correspondant à chacune des équations (II.15 à II.18) sont données dans le tableau 3.1.

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\partial (U \phi)}{\partial X} + \frac{\partial (V \phi)}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) + S_\phi \quad (III.1)$$

Equation	$\phi$	$\Gamma$	$S_\phi$
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement suivant X	U	$\frac{1}{\text{Re}} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2.5}}$	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
Quantité de mouvement suivant Y	V	$\frac{1}{\text{Re}} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\phi)^{2.5}}$	$\frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f} \text{Ri} \theta - \frac{\partial P}{\partial Y}$
Energie	$\theta$	$\frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \frac{1}{\text{Re Pr}}$	0

**Tableau (3.1):** Variable  $\phi$ , coefficient de diffusion  $\Gamma$  et le terme source  $S_\phi$  pour les équations de notre problème.

### III.4 Discrétisation de l'équation générale de transport

La discrétisation de l'équation générale de transport (eq III.1) sur un volume de contrôle typique donne, (voir figure 3.1):

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial(U \phi)}{\partial x} dx dy d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial(V \phi)}{\partial y} dx dy d\tau = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e S_\phi dx dy d\tau \quad (III.2)$$

Où:

n : correspond au temps (t)

n+1 : correspond au temps (t + Δt)

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy d\tau = (\phi_p^{n+1} - \phi_p^n) \Delta X \Delta Y$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial(U \phi)}{\partial x} dx dy d\tau = (U_e \phi_e - U_w \phi_w) \Delta Y \Delta \tau$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial(V \phi)}{\partial y} dx dy d\tau = (V_n \phi_n - V_s \phi_s) \Delta X \Delta \tau$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy d\tau = \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta Y \Delta \tau$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy d\tau = \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta X \Delta \tau$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e S_\phi dx dy d\tau = \overline{S_\phi} \Delta X \Delta Y \Delta \tau$$

En réduisant les termes semblables, nous obtenons :

$$\begin{aligned} & (\phi_p^{n+1} - \phi_p^n) \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} + (U_e \phi_e - U_w \phi_w) \Delta Y + (V_n \phi_n - V_s \phi_s) \Delta X = \\ & \left[ \left( \Gamma \frac{d\phi}{dX} \right)_e - \left( \Gamma \frac{d\phi}{dX} \right)_w \right] \Delta Y + \left[ \left( \Gamma \frac{d\phi}{dY} \right)_n - \left( \Gamma \frac{d\phi}{dY} \right)_s \right] \Delta X + \overline{S_\phi} \Delta X \Delta Y \end{aligned} \quad (III.3)$$

En posant :

$$J_x = U \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X}$$

$$J_y = V \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y}$$

Donc le résultat de l'équation (III.3) donne :

$$\left(\phi_p^{n+1} - \phi_p^n\right) \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta t} + J_e^{n+1} - J_w^{n+1} + J_n^{n+1} - J_s^{n+1} = \overline{S_\phi} \Delta X \Delta Y \quad (\text{III.4})$$

Où :

$$\left. \begin{aligned} J_e &= U_e \phi_e \Delta Y - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_e \Delta Y \\ J_w &= U_w \phi_w \Delta Y - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_w \Delta Y \\ J_n &= V_n \phi_n \Delta X - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_n \Delta X \\ J_s &= V_s \phi_s \Delta X - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_s \Delta X \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.5})$$

Les quantités  $J_e$ ,  $J_w$ ,  $J_n$  et  $J_s$  sont les flux aux interfaces (e, w, n, s).

Le terme  $S_\phi$  est considéré constant dans le volume de contrôle.  $\overline{S_\phi}$  est évalué au centre de celui ci.

### III.5 Schéma numérique

L'équation générale algébrique discrétisée où le flux total de convection et de diffusion sont calculés par une fonction  $A(|P|)$  (voir tableau 3.1) est présentée comme suit :

$$A_P \phi_P^{n+1} = A_E \phi_E^{n+1} + A_W \phi_W^{n+1} + A_N \phi_N^{n+1} + A_S \phi_S^{n+1} + b \quad (\text{III.6})$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} A_E &= D_e A(|P_e|) + \text{Max}(-F_e, 0) \\ A_W &= D_w A(|P_w|) + \text{Max}(F_w, 0) \\ A_N &= D_n A(|P_n|) + \text{Max}(-F_n, 0) \\ A_S &= D_s A(|P_s|) + \text{Max}(F_s, 0) \\ b &= \left( \bar{S}_\phi + \frac{\phi^n}{\Delta\tau} \right) \Delta X \Delta Y \end{aligned} \right\} \quad \text{(III.7)}$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + (F_e - F_w + F_n - F_s) + \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta\tau} \quad \text{(III.8)}$$

$$\left. \begin{aligned} F_e &= U_e \Delta Y, & F_w &= U_w \Delta Y \\ F_n &= V_n \Delta X, & F_s &= V_s \Delta X \end{aligned} \right\} \quad \text{Les flux convectifs} \quad \text{(III.9)}$$

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \frac{\Gamma_e}{dX_e} \Delta Y, & D_w &= \frac{\Gamma_w}{dX_w} \Delta Y \\ D_n &= \frac{\Gamma_n}{dY_n} \Delta X, & D_s &= \frac{\Gamma_s}{dY_s} \Delta X \end{aligned} \right\} \quad \text{Les flux diffusifs} \quad \text{(III.10)}$$

$$\left. \begin{aligned} P_e &= \frac{F_e}{D_e} \\ P_w &= \frac{F_w}{D_w} \\ P_n &= \frac{F_n}{D_n} \\ P_s &= \frac{F_s}{D_s} \end{aligned} \right\} \quad \text{Les nombres de Peclet aux interfaces: e, w, n, s.}$$

**III.6 Fonction  $A(|P|)$  pour différents schémas numériques**

Les expressions de la fonction  $A(|P|)$  pour différents schémas numériques sont résumées dans le tableau 3.1 ci-dessous :

**Tableau 3.2:** Les expressions de la fonction  $A(|P|)$  pour différents schémas numériques.

Schéma	Formule de la fonction
Différences centrées	$1 - 0.5 P $
Upwind	1
Hybrid	$Max[0, 1 - 0.5 P ]$
Power Law	$Max[0, (1 - 0.1 P )^5]$
Exponentiel	$\frac{ P }{[\exp( P ) - 1]}$

Dans le présent travail, nous avons utilisé le schéma Power Law, car il permet d’obtenir des résultats proches de la solution exacte et une meilleure stabilité de la solution numérique (Patankar, 1980).

**III.7 Discrétisation de l’équation de quantité de mouvement suivant x et y**

**III.7.1 Discrétisation de l’équation de quantité de mouvement suivant x**

La discrétisation de l’équation de quantité de mouvement (eq II.16) sur un volume de contrôle décalé vers la droite donne :

$$A_p(i, j)U^{n+1}(i, j) = A_E(i, j)U^{n+1}(i+1, j) + A_W(i, j)U^{n+1}(i-1, j) + A_N(i, j)U^{n+1}(i, j+1) + A_S(i, j)U^{n+1}(i, j-1) + b(i, j) \tag{III.11}$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} A_E(i, j) &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W(i, j) &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N(i, j) &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S(i, j) &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.12})$$

$$b(i, j) = [P(i, j) - P(i+1, j)]\Delta Y(j) + \left[ \frac{U^n(i, j)}{\Delta \tau} \right] dX(i)\Delta Y(j) \quad (\text{III.13})$$

### III.7.2 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant y

La discrétisation de l'équation de quantité de mouvement (eq II.17) sur un volume de contrôle décalé vers le haut donne:

$$A_P(i, j)V^{n+1}(i, j) = A_E(i, j)V^{n+1}(i+1, j) + A_W(i, j)V^{n+1}(i-1, j) + A_N(i, j)V^{n+1}(i, j+1) + A_S(i, j)V^{n+1}(i, j-1) + b(i, j) \quad (\text{III.14})$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} A_E(i, j) &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W(i, j) &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N(i, j) &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S(i, j) &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.15})$$

$$b(i, j) = [P(i, j) - P(i, j+1)]\Delta X(i) + \left[ \frac{V^n(i, j)}{\Delta \tau} + \left( \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f} \text{Ri} \frac{\theta(i, j) + \theta(i, j+1)}{2} \right) \right] \Delta X(i)\Delta Y(j) \quad (\text{III.16})$$

### III.8 Discrétisation de l'équation d'énergie

La discrétisation de l'équation adimensionnelle de l'énergie (eq II.18) sur un volume de contrôle typique donne :

$$A_p(i, j)\theta^{n+1}(i, j) = A_E(i, j)\theta^{n+1}(i+1, j) + A_W(i, j)\theta^{n+1}(i-1, j) + A_N(i, j)\theta^{n+1}(i, j+1) + A_S(i, j)\theta^{n+1}(i, j-1) + b(i, j) \quad (\text{III.17})$$

Avec:

$$\left. \begin{aligned} A_E(i, j) &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W(i, j) &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N(i, j) &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S(i, j) &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.18})$$

$$b(i, j) = \frac{\theta^n(i, j)}{\Delta\tau} \Delta X(i) \Delta Y(j) \quad (\text{III.19})$$

### III.9 Résolution du système d'équation

La résolution du système d'équation « III.20 » est confrontée à deux difficultés majeures :

- La première est que les coefficients  $A_p, A_E, A_W, A_N$  et  $A_S$  des équations discrétisées de quantité de mouvement suivant X, Y dépendent respectivement des variables U, V (équations non linéaires).
- Le deuxième est que le terme source des équations discrétisées de quantité de mouvement contient un gradient de pression et jusqu'à présent nous n'avons pas une équation qui gère cette variable.

$$\left. \begin{aligned} A_p(i, j)U^{n+1}(i, j) &= A_E(i, j)U^{n+1}(i+1, j) + A_W(i, j)U^{n+1}(i-1, j) + A_N(i, j)U^{n+1}(i, j+1) \\ &\quad + A_S(i, j)U^{n+1}(i, j-1) + b(i, j) \\ A_p(i, j)V^{n+1}(i, j) &= A_E(i, j)V^{n+1}(i+1, j) + A_W(i, j)V^{n+1}(i-1, j) + A_N(i, j)V^{n+1}(i, j+1) \\ &\quad + A_S(i, j)V^{n+1}(i, j-1) + b(i, j) \\ A_p(i, j)\theta^{n+1}(i, j) &= A_E(i, j)\theta^{n+1}(i+1, j) + A_W(i, j)\theta^{n+1}(i-1, j) + A_N(i, j)\theta^{n+1}(i, j+1) \\ &\quad + A_S(i, j)\theta^{n+1}(i, j-1) + b(i, j) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.20})$$

La résolution se fait grâce à l'algorithme développé par Patankar dit « Algorithme SIMPLER ». **SIMPLER**: Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation Revised.

### III.10 Algorithme SIMPLER

Les étapes de l'algorithme « SIMPLER » sont :

✓ **Etape 1:**

Estimer un champ de vitesse.

✓ **Etape 2:**

Ecrivons les deux équations discrétisées de quantité de mouvement suivant x et y d'une manière à apparaître les deux gradients de pression dans le but de les éliminer, pour obtenir deux champs de vitesse dit pseudo- vitesses :

$$\hat{U}(i, j) = \frac{\sum_{nb=E,W,N,S} A_{nb}(i, j)U(i, j) + b_U(i, j)}{A_p(i, j)} \quad (\text{III.21})$$

$$\hat{V}(i, j) = \frac{\sum_{nb=E,W,N,S} A_{nb}(i, j)V(i, j) + b_V(i, j)}{A_p(i, j)} \quad (\text{III.22})$$

Où:

$b_U(i, j)$  et  $b_V(i, j)$  Contiennent les termes sources des équations discrétisées de quantité de mouvement suivant x et y, sauf le terme de pression. D' où les relations suivantes :

$$U^{n+1}(i, j) = \hat{U}(i, j) + P_U(i, j)[P(i, j) - P(i+1, j)] \quad (\text{III.23})$$

$$V^{n+1}(i, j) = \hat{V}(i, j) + P_V(i, j)[P(i, j) - P(i, j+1)] \quad (\text{III.24})$$

$$\text{Avec : } P_U(i, j) = \frac{\Delta Y(j)}{A_p(i, j)} \text{ et } P_V(i, j) = \frac{\Delta X(i)}{A_p(i, j)}$$

✓ **Etape 3:**

On calcule les coefficients de pression, pour cela nous discrétisons l'équation de continuité sur un volume de contrôle typique :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$$

Après la discrétisation on obtient l'équation suivante :

$$[U(i, j) - U(i - 1, j)]\Delta Y(j) + [V(i, j) - V(i, j - 1)]\Delta X(i) = 0 \quad (\text{III.25})$$

On remplace les deux équations « III.23 » et « III.24 » dans l'équation « III.25 », tous les pseudo- vitesses vont s'éliminer et on obtient l'équation de pression discrétisée suivante :

$$A_P(i, j)P^{n+1}(i, j) = A_E(i, j)P^{n+1}(i + 1, j) + A_W(i, j)P^{n+1}(i - 1, j) + A_N(i, j)P^{n+1}(i, j + 1) + A_S(i, j)P^{n+1}(i, j - 1) + b_p(i, j) \quad (\text{III.26})$$

Avec :

$$\begin{aligned} A_E(i, j) &= P_U(i, j)\Delta Y(j) \\ A_W(i, j) &= P_U(i - 1, j)\Delta Y(j) \\ A_E(i, j) &= P_V(i, j)\Delta X(i) \\ A_S(i, j) &= P_V(i, j - 1)\Delta X(i) \\ A_P(i, j) &= A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) \\ b_p(i, j) &= \left[ \hat{U}(i - 1, j) - \hat{U}(i, j) \right] \Delta Y(j) + \left[ \hat{V}(i, j - 1) - \hat{V}(i, j) \right] \Delta X(i) \end{aligned}$$

✓ **Etape 4:**

Considérons le champ de pression déduit de l'équation « III.26 » comme un champ estimé  $P^*(i, j)$  et le faire remplacer dans l'équation « III.20 », nous obtenons donc  $U^*$  et  $V^*$  :

$$A_p(i, j)U^*(i, j) = A_E(i, j)U^*(i+1, j) + A_W(i, j)U^*(i-1, j) + A_N(i, j)U^*(i, j+1) \\ + A_S(i, j)U^*(i, j-1) + (P^*(i, j) - P^*(i+1, j))\Delta Y(j) + b_U(i, j) \quad (\text{III.27})$$

$$A_p(i, j)V^*(i, j) = A_E(i, j)V^*(i+1, j) + A_W(i, j)V^*(i-1, j) + A_N(i, j)V^*(i, j+1) \\ + A_S(i, j)V^*(i, j-1) + (P^*(i, j) - P^*(i, j+1))\Delta X(i) + b_V(i, j) \quad (\text{III.28})$$

✓ **Etape 5:**

Les champs corrects de vitesse et de pression sont donnés comme :

$$P(i, j) = P^*(i, j) + P'(i, j) \quad (\text{III.29})$$

$$U(i, j) = U^*(i, j) + U'(i, j) \quad (\text{III.30})$$

$$V(i, j) = V^*(i, j) + V'(i, j) \quad (\text{III.31})$$

Où :

$P'(i, j), U'(i, j)$  et  $V'(i, j)$  sont respectivement les corrections des champs  $P^*(i, j), U^*(i, j)$  et  $V^*(i, j)$ .

En suivant les mêmes étapes élaborées pour la détermination des vitesses estimées. Et en substituant les relations « Equation III.30 » et « Equation III.31 » dans les équations « Equation III.20 », et soustrayant avec l'équation « Equation III.27 » et « Equation III.28 », nous obtenons :

$$A_p(i, j)U'(i, j) = A_E(i, j)U'(i+1, j) + A_W(i, j)U'(i-1, j) + A_N(i, j)U'(i, j+1) \\ + A_S(i, j)U'(i, j-1) + b_U(i, j) + (P'(i, j) - P'(i+1, j))\Delta Y(j) \quad (\text{III.32})$$

$$A_p(i, j)V'(i, j) = A_E(i, j)V'(i+1, j) + A_W(i, j)V'(i-1, j) + A_N(i, j)V'(i, j+1) \\ + A_S(i, j)V'(i, j-1) + b_V(i, j) + (P'(i, j) - P'(i, j+1))\Delta X(i) \quad (\text{III.33})$$

✓ **Etape 6:**

La détermination des corrections des vitesses  $U'$  (i,j) et  $V'$  (i,j) depuis les équations « III.32 » et « III.33 » est compliquées, donc ces deux équations peuvent être approximées par les deux équations suivantes :

$$A_p(i, j)U'(i, j) = (P'(i, j) - P'(i+1, j))\Delta Y(j) \quad (\text{III.34})$$

$$A_p(i, j)V'(i, j) = (P'(i, j) - P'(i, j+1))\Delta X(i) \quad (\text{III.35})$$

Donc :

$$U'(i, j) = (P'(i, j) - P'(i+1, j))P_U(i, j) \quad (\text{III.36})$$

$$V'(i, j) = (P'(i, j) - P'(i, j+1))P_V(i, j) \quad (\text{III.37})$$

On remplace les deux équations « III.36 » et « III.37 » dans les équations « III.30 » et « III.31 », nous avons :

$$U(i, j) = (P'(i, j) - P'(i+1, j))P_U(i, j) + U^*(i, j) \quad (\text{III.38})$$

$$V(i, j) = (P'(i, j) - P'(i, j+1))P_V(i, j) + V^*(i, j) \quad (\text{III.39})$$

✓ **Etape 7:**

Remplaçons les deux équations « III.38 » et « III.39 » dans l'équation discrétisée de continuité « III.25 », toutes les vitesses estimées vont s'éliminer pour obtenir l'équation discrétisée de correction de pression suivante :

$$A_p(i, j)P'(i, j) = A_E(i, j)P'(i+1, j) + A_W(i, j)P'(i-1, j) + A_N(i, j)P'(i, j+1) \\ + A_S(i, j)P'(i, j-1) + b_p(i, j) \quad (\text{III.40})$$

Avec :

$$A_E(i, j) = P_U(i, j)\Delta Y(j)$$

$$A_W(i, j) = P_U(i-1, j)\Delta Y(j)$$

$$A_N(i, j) = P_V(i, j)\Delta X(i)$$

$$A_S(i, j) = P_V(i, j-1)\Delta X(i)$$

$$A_P(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j)$$

$$b_P(i, j) = \left[ \hat{U}(i-1, j) - \hat{U}(i, j) \right] \Delta Y(j) + \left[ \hat{V}(i, j-1) - \hat{V}(i, j) \right] \Delta X(i)$$

#### ✓ Etape 8:

Résoudre l'équation algébrique discrétisée d'énergie pour obtenir le champ de température  $\theta$ .

#### ✓ Etape 9:

Test de convergence, et impression des résultats.

### III.11 Résumé de l'algorithme SIMPLER

L'algorithme **SIMPLER** est comme suit:

- Initier un champ de vitesse.
- Calculer les coefficients des équations de quantité de mouvement et les pseudo-vitesses « Equation III.21 » et « Equation III.22 ».
- Calculer les coefficients de l'équation de pression discrétisée et le résoudre pour obtenir le champ de pression P « Equation III.26 ».
- Considérer le champ de pression obtenue comme une estimation, le faire remplacer dans les équations de quantité de mouvement pour obtenir les vitesses estimées « Equation III.27 » et « Equation III.28 ».

- Calculer le terme  $b_p$  de l'équation de correction de pression et résoudre l'équation de correction de pression pour obtenir  $P'(i, j)$ .
- Corriger le champ de vitesse en utilisant les deux équations « Equation III.38 » et « Equation III.39».
- Résoudre l'équation discrétisée d'énergie pour obtenir le champ de température  $\theta(i, j)$ .
- Considérer le champ de vitesse comme une nouvelle estimation des vitesses et retourner à l'étape deux jusqu'à la convergence.

### III.12 Méthode de résolution

La discrétisation nous a donné un système d'équations algébriques non linéaires, dont la solution nécessite l'utilisation d'une méthode numérique itérative en utilisant l'algorithme de THOMAS.

L'équation « Equation III.11 » peut être sous la forme adimensionnelle qui contient seulement trois inconnus :

$$A_p(i, j)\phi^{n+1}(i, j) = A_N(i, j)\phi^{n+1}(i, j+1) + A_S(i, j)\phi^{n+1}(i, j-1) + b'(i, j) \quad (\text{III.41})$$

Avec :

$$b'(i, j) = A_E(i, j)\phi(i+1, j) + A_W(i, j)\phi(i-1, j) + b_U(i, j)$$

Pour résoudre le système d'équations « Equation III.40 » au point « i », on a :

$$a_j\phi_j = b_j\phi_{j+1} + c_j\phi_{j-1} + d_j$$

La relation de récurrence pour  $\phi_j$  est donnée par :

$$\phi_j = P_j \phi_{j+1} + Q_j \quad (\text{III.42})$$

Calculons  $\phi_{j-1}$

$$\phi_{j-1} = P_{j-1} \phi_j + Q_{j-1} \quad (\text{III.43})$$

En substituant l'équation « Equation III.43 » dans l'équation « Equation III.40 », on obtient :

$$a_j \phi_j = b_j \phi_{j+1} + c_j (P_{j-1} \phi_j + Q_{j-1}) + d_j \quad (\text{III.44})$$

En réarrangeant cette équation, les coefficients  $P_j$  et  $Q_j$  s'obtiennent comme suit :

$$P_j = \frac{b_j}{a_j - c_j P_{j-1}} \quad (\text{III.45})$$

$$Q_j = \frac{d_j + c_j Q_{j-1}}{a_j - c_j P_{j-1}}$$

(III.46)

L'algorithme de THOMAS se résume comme suit:

1. Calculons les quantités  $P_1$  et  $Q_1$  par :

$$P_1 = \frac{b_1}{a_1}, \quad Q_1 = \frac{d_1}{a_1}$$

2. Utilisons les relations « Equation III.45 » et « Equation III.46 » pour obtenir les équation  $P_j$  et  $Q_j$  pour  $j=1,2,3,\dots,j_l$

3. poser  $\phi_{jl} = Q_{jl}$

4. Enfin, on utilise l'équation « Equation III.42 » pour  $j=Jl-1, Jl-2, \dots, 3, 2, 1$ . pour obtenir  $\phi_{jl-1}, \phi_{jl-2}, \dots, \phi_3, \phi_2, \phi_1$ .

### III.13 Critère de convergence

Le critère de convergence est vérifié lorsque la différence des vitesses et des températures entre deux itérations consécutives est négligeable ; c'est-à-dire :

$$|\theta^{n+1} - \theta^n| < \varepsilon = 10^{-4}$$

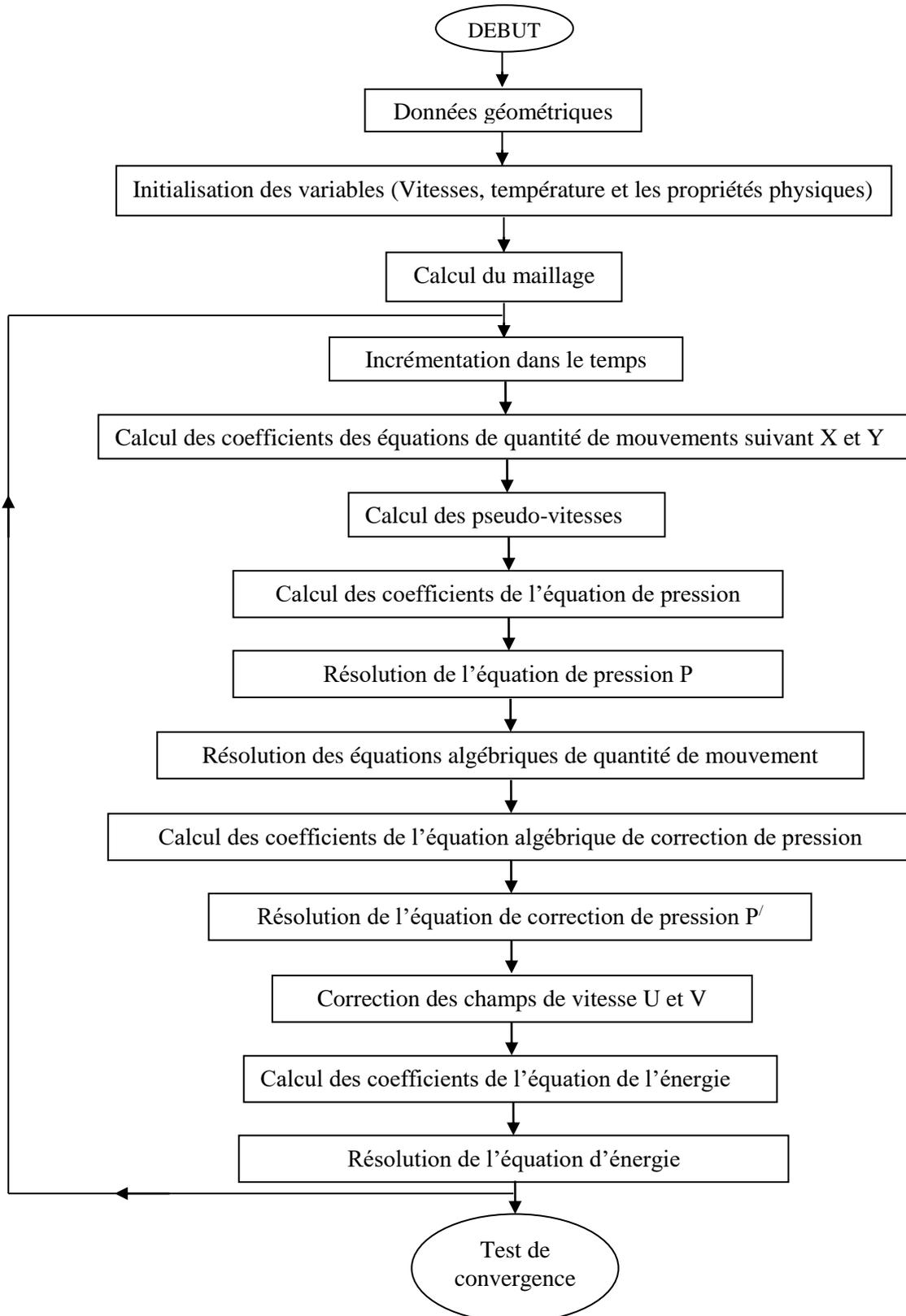
$$|U^{n+1} - U^n| < \varepsilon = 10^{-4}$$

$$|V^{n+1} - V^n| < \varepsilon = 10^{-4}$$

Où :

n et n+1 sont les itérations successives.

## III.14 Organigramme du code de calcul



## Chapitre IV RESULTATS ET DISCUSSION

### IV.1 Présentation des résultats

Les résultats de nos simulations numériques pour les champs d'écoulement et les champs thermiques sont visualisés graphiquement par :

- Les contours de la fonction de courant «  $\psi$  » dans le plan.
- Les profils de la vitesse verticale «  $V$  » le long du plan médian horizontal.
- Les profils de la vitesse horizontale «  $U$  » le long du plan médian vertical.

La structure de l'écoulement est visualisée à l'aide de la fonction de courant «  $\psi$  » définie par :

$$V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (\text{IV.1})$$

L'intégration de cette équation donne :

$$\int_1^2 d\psi = -\int_1^2 V dX \quad (\text{IV.2})$$

Physiquement, la différence entre deux lignes de courant représente le débit du fluide qui s'écoule à travers la distance les séparant, donc :

$$\psi_2 - \psi_1 = -V \Delta X \quad (\text{IV.3})$$

- Les isothermes.
- Le profil du nombre de Nusselt moyen « Num » sur la surface de la source de chaleur

Le nombre de Nusselt caractérise le taux de transfert de chaleur au niveau de l'interface (fluide–solide), il représente le rapport du flux de chaleur convectif sur le flux de chaleur diffusif.

Le nombre de Nusselt moyen est défini comme suit :

$$\text{Num} = \frac{-k_{nf}}{k_f} \int_A \frac{\partial \theta}{\partial X} dY$$

(IV.4)

Les fluides utilisés sont des nanofluides et leur écoulement à l'intérieur de la cavité est contrôlé par les nombres adimensionnels suivants :

- Le nombre de Prandtl « Pr »
- Le nombre de Reynolds « Re »
- Le nombre de Richardson « Ri »

Les données de nos calculs sont :

- Pr =6.2
- Re=100

Dans ce chapitre on a employé un maillage uniforme dans les directions X et Y, et avant de procéder à tous les calculs, nous avons examiné l'effet du maillage sur la solution numérique. Ensuite, nous avons examiné en détail l'effet de quelques paramètres sur les champs de vitesse, de température et sur le nombre de Nusselt moyen.

## IV.2 Résultats

Le principal objectif du présent travail est l'étude de l'écoulement et du transfert de chaleur dans une cavité carrée munie d'une source de chaleur de forme carrée qui est située au centre de celle-ci. Cette cavité est remplie de quatre types de nanofluides (Cu, Ag, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> et TiO<sub>2</sub>)-eau. Les effets étudiés sont :

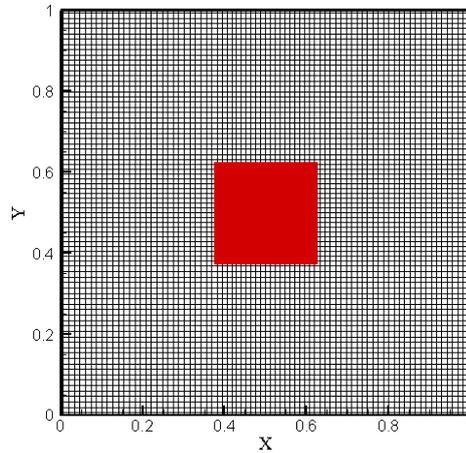
- L'effet du maillage sur la solution numérique
- L'effet du nombre de Richardson,
- L'effet de la taille de la source de chaleur,
- L'effet de la fraction volumique,
- L'effet de la nature du nanofluide.

#### IV.2.1 Effet du maillage sur la solution numérique

Pour examiner et évaluer l'indépendance du maillage de la solution, trois maillages uniformes sont employés dans ce travail: 50×50, 80×80 et 100×100 nœuds, pour  $Re=100$ ,  $Ri=Gr/Re^2 = 0.1$ ,  $\varphi=0.04$ ,  $S= l/L=0.25$  (la taille adimensionnelle de la source de chaleur). En se basant sur les résultats de la variation du maillage qui sont présentés dans le tableau IV.1, le maillage  $80 \times 80$  est adopté pour tous les calculs (**Voir figure 4.1**).

**Tableau (4.1) :** Nombre de Nusselt moyen, de la source de chaleur, obtenu pour chaque maillage.  $S= 0.25$   $\varphi = 0.04$ ,  $Re =100$ ,  $Ri= 0.1$

Maillage	Num
50 x 50 nœuds	5.423
80 x 80 nœuds	5.090
100 x100 nœuds	5.038



**Figure (4.1):** Maillage 80×80 de la cavité

#### IV.2.2 Validation du code de calcul

Afin de vérifier l'exactitude de l'étude numérique actuelle, le code a été validé avec les résultats numériques de Rahman et al. et Muthtamilselvan et al. Pour Rahman et al. une comparaison du nombre de Nusselt moyen (sur la paroi chaude) pour la convection mixte dans une cavité dont la paroi supérieure se déplace, les deux parois horizontales de la cavité sont adiabatiques, alors que les parois verticales sont à des températures constantes mais différentes. Pour Muthtamilselvan et al, nous avons aussi comparé le nombre de Nusselt moyen (sur la paroi chaude) pour la convection mixte de nanofluide dans une cavité dont la paroi supérieure se déplace, la cavité est chauffée par la paroi supérieure et refroidie par celle du bas, alors que les parois verticales sont adiabatiques. Les résultats sont respectivement illustrés dans les tableaux 4.2 et 4.3. La comparaison révèle un excellent accord avec les travaux suscités

**Tableau (4.2) :** Comparaison du nombre de Nusselt moyen obtenu dans notre étude avec celui obtenu dans les résultats de Rahman et al.

Num			
Ri	Rahman et al.	Etude présente	Différence(%)
0.0	4.50	4.662	3.60
1.0	3.80	3.995	5.13
3.0	4.65	4.868	4.69
5.0	5.10	5.215	2.25

**Tableau (4.3) :** Comparaison du nombre de Nusselt moyen obtenu dans notre étude avec le celui obtenu dans les résultats de Muthamilselvan et al.

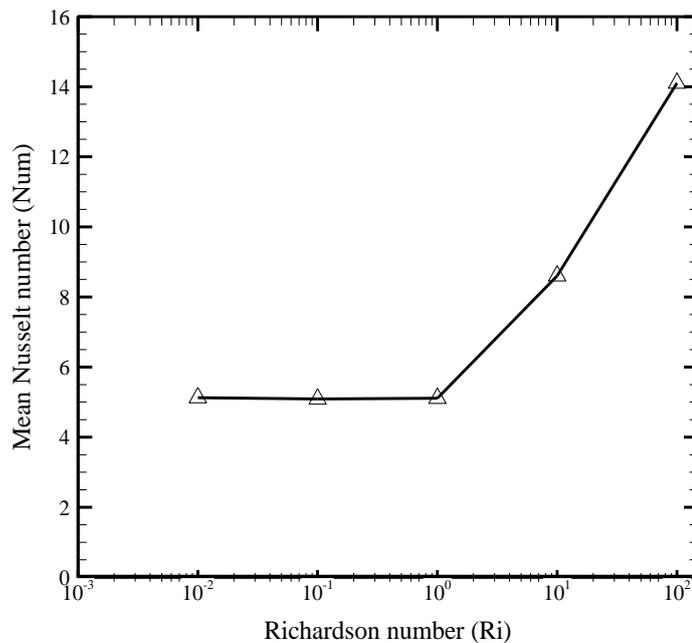
Num			
$\varphi$	Muthamilselvan et al.	Etude présente	Différence(%)
0.00	2.26	2.282	0.97
0.02	2.40	2.416	0.67
0.04	2.56	2.558	0.08
0.06	2.73	2.707	0.84
0.08	2.91	2.866	1.51

### IV.2.3 L'effet du nombre de Richardson

Dans le but d'étudier la convection mixte dans une cavité carrée dotée d'une source de chaleur remplie de nanofluides, le nombre de Richardson « $Ri = Gr/Re^2$ » représente un facteur clé. Des simulations ont été accomplies pour  $Ri = 0.01, 1, 10$  et  $100$ , pour voir l'effet du nombre de Richardson sur la structure de l'écoulement et du transfert de chaleur dans la cavité. Les paramètres maintenus constants dans cette section sont: le nombre de Reynolds  $Re=100$ , le nanofluide choisi pour cet effet est cuivre-eau, sa fraction volumique est  $\varphi = 0.04$  et la taille de la source de chaleur est  $S = 0.25$ .

La figure 4.2 qui suit illustre la variation du nombre de Nusselt moyen sur la surface de la source de chaleur en fonction du nombre de Richardson. Nous remarquons que pour  $Ri < 1$ , le nombre de Nusselt moyen reste constant jusqu'à ce que  $Ri$  atteigne la valeur de 1. Puis, en augmentant le nombre de Richardson  $Ri > 1$  (i.e., passant de la domination de la convection forcée à celle de la convection naturelle), le nombre de Nusselt moyen augmente de 175.61% pour  $Ri=100$ . La principale conséquence de cette sensible amélioration du transfert de chaleur dans la cavité est le fait que l'on peut obtenir un meilleur refroidissement de la source de chaleur en augmentant le nombre de Richardson vers le régime de la convection naturelle. Ceci nous permettra de réduire la vitesse de la paroi supérieure et d'économiser l'énergie nécessaire à ce mouvement.

Afin d'examiner l'effet du nombre de Richardson sur le transfert de chaleur à partir des parois de la source de chaleur, on a investigué la variation des nombres de Nusselt moyens de celles-ci : Num1, Num2, Num3 et Num4, pour  $Ri$  variant de 0.01 à 100, les résultats sont présentés dans le tableau 4.4 qui suit. On remarque que le nombre de Nusselt moyen Num3 de la paroi droite est meilleur en comparaison avec les autres parois pour  $Ri < 10$  mais pour  $Ri=100$ , la valeur du nombre de Nusselt moyen de la paroi gauche Num1 devient supérieure aux autres valeurs.



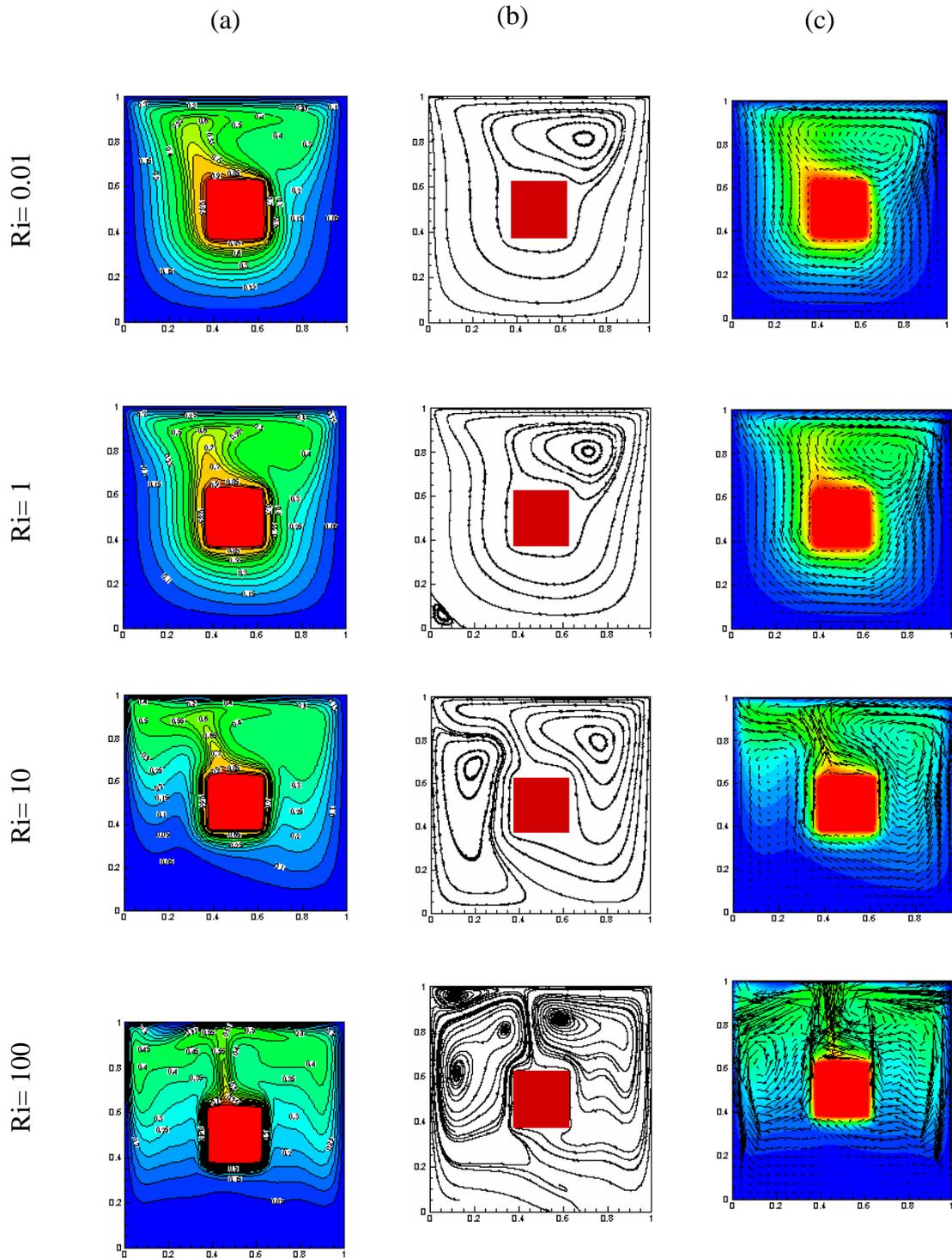
**Figure (4.2):** Variation du nombre de Nusselt moyen sur la surface de la source de chaleur en fonction du nombre de Richardson ( $Ri= 0.01, 1, 10, 100$ ), pour le nanofluide cuivre-eau,  $S=0.25$ ,  $Re=100$  et  $\phi = 0.04$ .

**Tableau (4. 4):** Variation des nombres Num1, Num2, Num3 et Num 4 sur les faces de la source de chaleur en fonction du nombre de Richardson, la cavité est remplie du nanofluide cuivre–eau,  $\phi = 0.04$ ,  $Re=100$  et  $S=0.25$

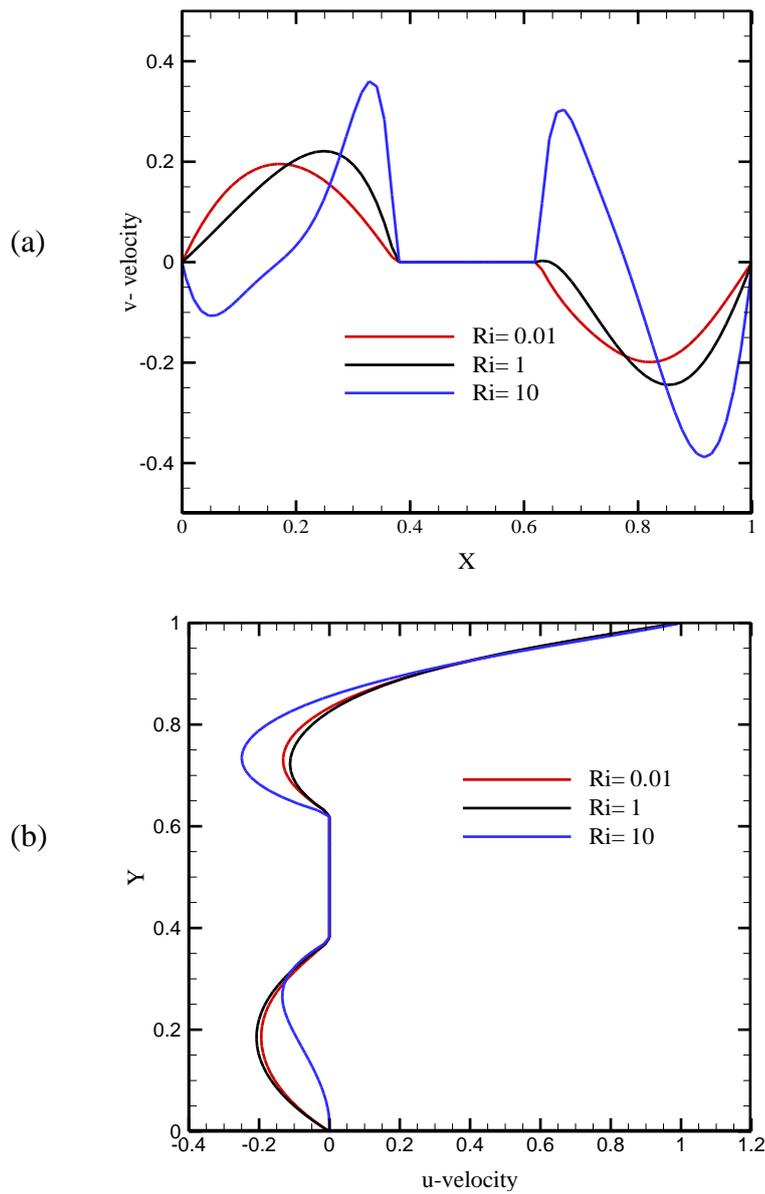
<b>Ri/ Nu faces</b>	<b>Num1</b>	<b>Num2</b>	<b>Num3</b>	<b>Num4</b>
<b>Ri = 0.01</b>	0.893	1.201	1.856	1.176
<b>Ri = 1</b>	1.224	0.994	1.582	1.317
<b>Ri = 10</b>	2.436	1.196	2.581	2.391
<b>Ri = 100</b>	4.322	1.955	4.234	3.592

La figure 4.3 suivante illustre l'effet du nombre de Richardson ( $Ri=0.01, 1, 10,100$ ) sur les lignes de courant, les contours des isothermes et champs de vitesse. Pour des valeurs faibles du nombre de Richardson ( $Ri=0.01$ ), les champs d'écoulement et de température sont dominés par l'effet de la convection forcée: l'écoulement est caractérisé par une forte cellule en rotation (dans le sens horaire) dont le centre est proche du coin supérieur droit de la cavité, cette cellule est générée par le mouvement vers la droite de la paroi supérieure entraînant le fluide adjacent. En augmentant le nombre de Richardson vers des valeurs modérées ( $Ri=1.0$ ), les forces de flottabilité et de cisaillement sont d'égale importance, on peut voir l'apparition d'un petit tourbillon proche du coin gauche en bas de la cavité en addition de la cellule principale suscitée. Pour une autre augmentation du nombre de Richardson vers de grandes valeurs ( $Ri=10$ ), où les champs d'écoulement et de température sont dominés par l'effet de la convection naturelle, on peut observer que le flux naturel ascendant dans les régions gauches et droites de la cavité deviennent plus importants et nous obtenons deux cellules de recirculation verticales, une qui circule dans le sens horaire dans la région droite et l'autre dans le sens contraire dans la région gauche.

Pour  $Ri=100$ , nous observons que les deux cellules deviennent d'égale importance et le fluide monte autour de la source de chaleur comme un panache thermique sous l'effet des forces de flottabilité de la convection naturelle. Une augmentation du nombre de  $Ri$  a pour conséquence l'intensification du flux convectif ce qui peut être démontré par la comparaison des valeurs des fonctions de courant maximales à différents nombres de Richardson, les résultats sont présentés dans le tableau 4.5 qui suit.



**Figure (4.3):** Isothermes (a) lignes de courant (b) et champs de vitesse (c) pour une cavité remplie du nanofluid cuivre-eau à différents nombres de Richardson ( $Ri = 0.01, 1, 10, 100$ ), pour  $Re = 100$ ,  $S = 0.25$  et  $\phi = 0.04$ .



**Figure (4.4):** profils (a) V-vitesse et U-vitesse (b) le long des plans médians horizontal et vertical respectivement dans une cavité remplie du nanofluide cuivre-eau à différents nombres de Richardson ( $Ri = 0.01, 1, 10$ ),  $Re=100$ ,  $S=0.25$  et  $\varphi = 0.04$ .

**Tableau (4.5):** Variation de la fonction de courant maximum avec le nombre de Richardson,  $Re=100$   $\varphi = 0.04$  et  $S=0.25$ .

Ri	Ri=0.01	Ri=1	Ri=10	Ri=100
$\psi_{max}$	$2.757e^{-6}$	$2.9103e^{-5}$	$1.395433e^{-1}$	$7.698158e^{-1}$

Au fur et à mesure que le nombre de Richardson augmente, les contours de température changent et les isothermes se compactent près de la paroi supérieure de la cavité et autour des coins de la source de chaleur, ce qui indique le développement de fines couches limites avec de larges gradients de température, et un flux de chaleur élevé émanant de ces surfaces.

La figure 4.4(a) représente les profils de la composante V de la vitesse le long du plan médian horizontal ( $Y=0.5$ ) de la cavité en fonction de Ri (Ri= 0.01, 1 et 10). L'espace autour de la source de chaleur est divisé en deux canaux verticaux. Le canal gauche est situé entre la paroi gauche et la face gauche de la source de chaleur et le canal droit entre la paroi droite de la cavité et la face droite de la source de chaleur. Quand on observe les profils de la v-vitesse, on peut voir que pour les valeurs de  $Ri \leq 1$ , le flux est descendant dans le canal de droite et ascendant dans celui de gauche. Aussi, pour les valeurs élevées du nombre de Richardson (Ri=10), le flux est ascendant près des faces verticales de la source de chaleur et descendant près des parois latérales de la cavité, la présence de deux fortes cellules verticales est évidente.

La figure 4.4(b) illustre les profils de la composante U de la vitesse le long du plan médian vertical ( $X=0.5$ ) de la cavité, pour différents nombres de Richardson (Ri= 0.01, 1 et 10), on observe que la vitesse commence par des valeurs positives dans l'espace entre la paroi supérieure de la cavité et la surface supérieure de la source de chaleur ensuite elle prend des valeurs négatives et s'annule sur la surface de la source de chaleur, ce qui confirme la présence d'une cellule de recirculation au dessus de la source de chaleur. Dans l'espace inférieur de la cavité, le flux devient négatif et la vitesse adopte un profil parabolique spécialement pour  $Ri \leq 1$ . Ces profils sont conformes aux conditions aux limites spécifiées et au champ d'écoulement dans la figure 4.3.

#### IV.2.4 L'effet de la taille de la source de chaleur

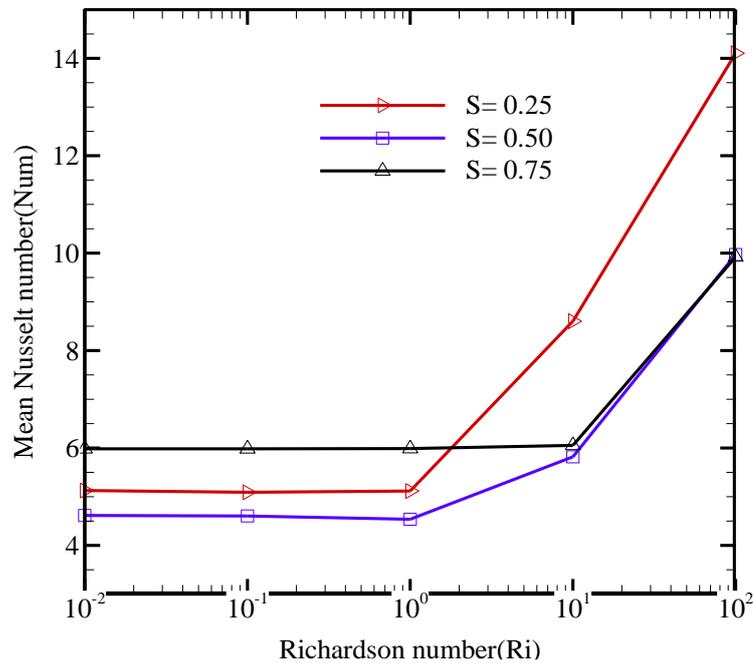
Dans cette section, on va étudier l'influence de l'accroissement de la taille de la source de chaleur  $S$ , sur le transfert de chaleur et l'écoulement du fluide. Différentes tailles de la source de chaleur ( $S=0.25, 0.5$  et  $0.75$ ) sont considérées dans cette configuration. La cavité est remplie du nanofluide cuivre-eau. Les paramètres maintenus constants dans cette section sont  $Re=100$  et la fraction volumique du nanofluide  $\varphi = 0.04$ . Les simulations sont accomplies pour les nombres de Richardson ( $Ri= 0.01, 1, 10$  and  $100$ ).

La figure 4.5 montre la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction de la taille de la source de chaleur et du nombre de Richardson. On remarque que pour les tailles de la source de chaleur ( $S=0.25$  and  $0.5$ ), le nombre de Nusselt moyen ne varie pas beaucoup pour ( $Ri < 1$ ), mais au-delà des valeurs de  $Ri=1$ , le nombre de Nusselt moyen augmente plus rapidement. Alors que, pour  $S=0.75$ , le nombre de Nusselt moyen reste constant jusqu'à  $Ri=10$ , puis augmente lorsque le nombre de Richardson augmente.

Pour  $Ri \leq 1$ , quand on augmente la taille de la source de chaleur de  $S=0.25$  à  $S=0.5$ , le nombre de Nusselt moyen diminue de  $5.12$  à environ  $4.55$ , alors que quand on augmente la taille de  $S=0.50$  à  $S=0.75$ , le nombre de Nusselt moyen augmente à environ  $5.99$ . Quand le régime de convection naturelle est dominant ( $Ri=10$ ), en augmentant la taille de la source de chaleur de  $S=0.25$  à  $S=0.5$ , le nombre de Nusselt moyen diminue d'environ  $8.60$  à  $5.80$ , mais quand on augmente la taille de la source à  $S=0.75$ , le nombre de Nusselt moyen augmente à environ  $6$ .

Pour des valeurs plus élevées du nombre de Richardson ( $Ri=100$ ), lorsque la taille de la source augmente de  $S=0.25$  à  $S=0.5$ , le nombre de  $Nu$  diminue d'environ  $14.10$  à  $9.97$  puis ne change pas quand  $S$  augmente à  $S=0.75$ . On conclut que pour  $Ri$  fixe, le nombre de Nusselt moyen diminue quand la taille de la source augmente de  $S=0.25$  à  $S=0.50$ , puis augmente pour une croissance ultérieure de la taille de source de chaleur. Pour  $S=0.75$ , le nombre de Nusselt moyen reste constant jusqu'à ce que  $Ri$  atteigne  $Ri=10$ , mais a des valeurs supérieures en comparaison avec les autres tailles.

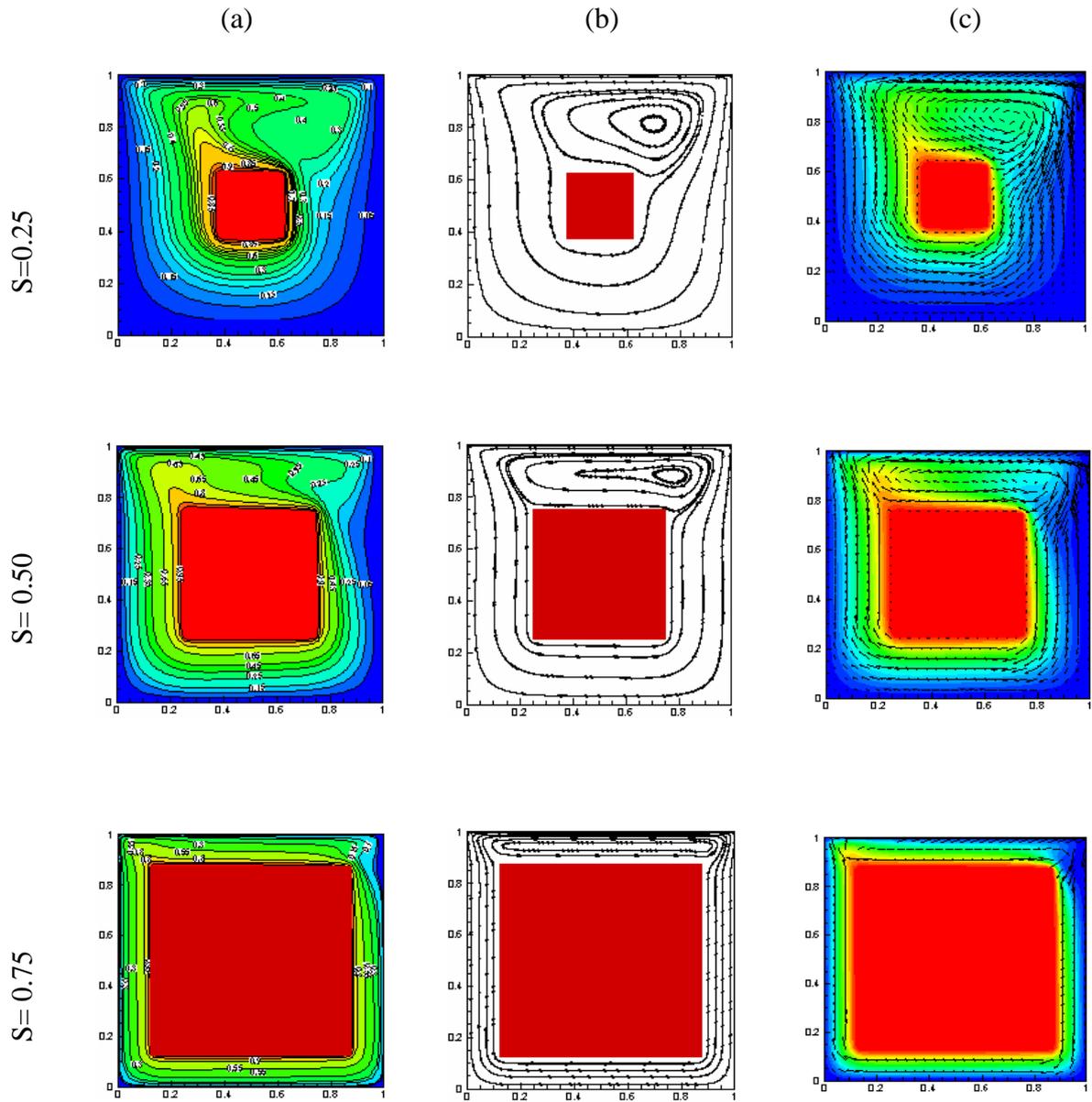
La valeur la plus élevée du nombre de Nusselt moyen est obtenue pour la taille la plus basse de la source de chaleur étudiée  $S=0.25$  à  $Ri=100$ .



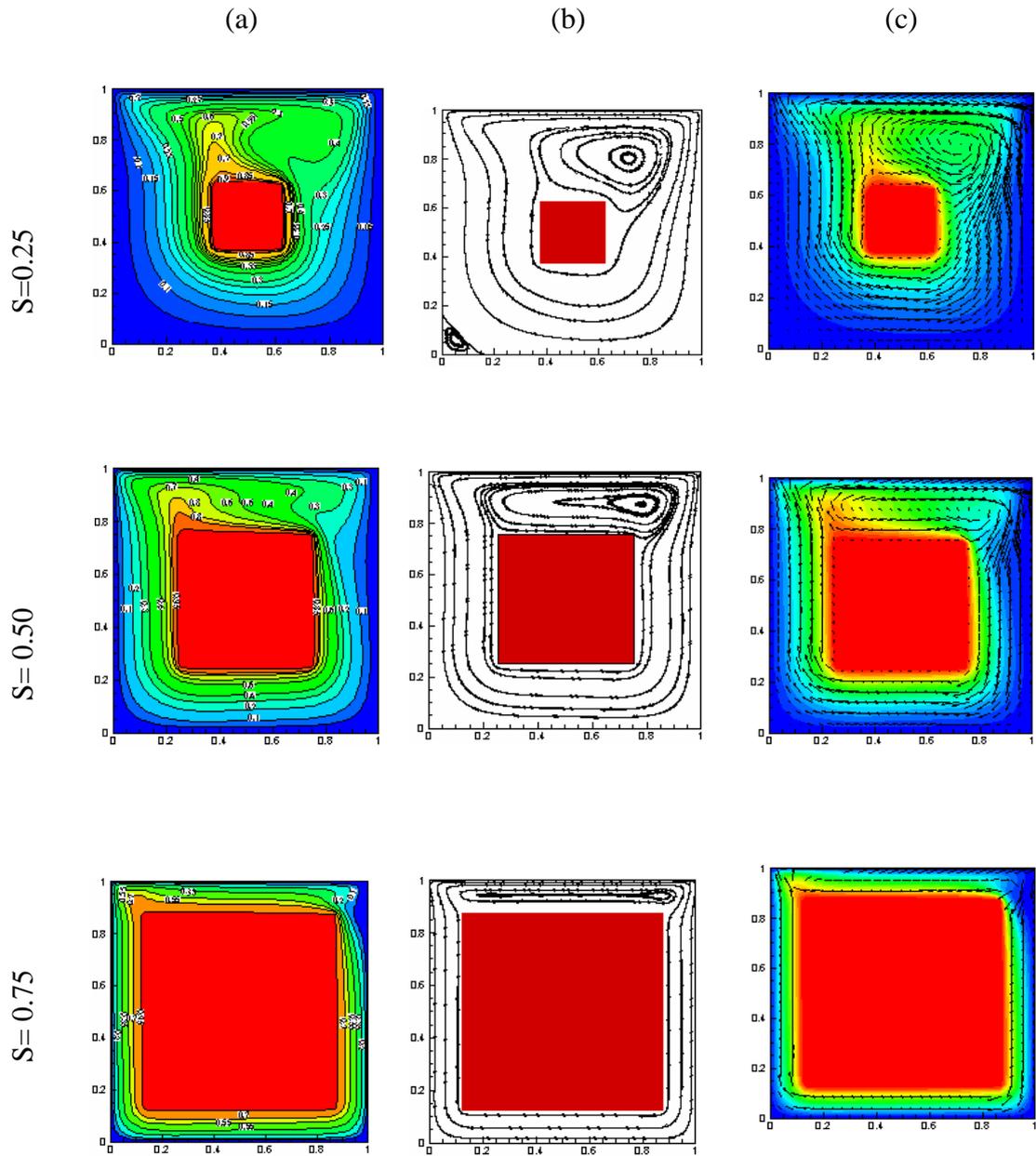
**Figure (4.5):** Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Richardson ( $Ri = 0.01, 0.1, 1, 100$ ), pour différentes tailles de la source de chaleur ( $S = 0.25, 0.50, 0.75$ ),  $Re=100$  et  $\varphi = 0.04$

Les figures (4.6), (4.7) et (4.8) qui suivent illustrent les contours des isothermes, lignes de courant et champs de vitesse à différents nombres de Richardson ( $Ri=0.01, 1, 10$ ) et pour les tailles de source suivantes ( $S=0.25, 0.5$ , et  $0.75$ ). Pour de faibles valeurs du nombre de Richardson ( $Ri=0.01$ ), on observe sur les lignes de courant, que pour une augmentation de la taille de la source de chaleur de  $S=0.25$  à  $S=0.50$ , la cellule principale en recirculation en haut dans la cavité est compressée entre la paroi et la face supérieure de la source de chaleur, l'écoulement devient comme un écoulement dans un canal dans les autres parties de la cavité. En augmentant encore la taille de la source de chaleur à  $S=0.75$ , cette cellule est de plus en plus compressée alors que l'écoulement reste similaire à celui d'un canal dans les parties restantes de la cavité.

Les mêmes observations sont faites quand on augmente le nombre de Richardson à ( $Ri=1$ ), lorsque la convection mixte est dominante, les seules différences sont l'apparition d'une cellule mineure dans la partie inférieure gauche de la cavité, qui devient plus petite pour  $S=0.50$  et disparaît à  $S=0.75$ .



**Figure (4.6):** Isothermes (a) lignes de courant (b) et champs de vitesse (c) pour une cavité remplie du nanofluide cuivre-eau et pour les tailles suivantes de la source de chaleur ( $S = 0.25, 0.5, 0.75$ ),  $Ri=0.01, Re=100$  et  $\phi=0.04$ .



**Figure (4.7):** Isothermes (a) lignes de courant (b) et champs de vitesse (c) pour une cavité remplie du nanofluide cuivre-eau et pour les tailles suivantes de la source de chaleur ( $S=0.25, 0.5, 0.75$ ),  $Ri = 1$ ,  $Re=100$  et  $\phi = 0.04$ .

En augmentant encore le nombre de Richardson à ( $Ri=10$ ), les flux ascendants deviennent très importants et ceci est dû à la convection naturelle, on peut observer deux cellules verticales de tailles différentes et à leur surface de contact, en haut à gauche de la source de chaleur, le fluide monte comme un panache et de faibles températures sont observées dans la zone basse de la cavité. Ces observations sont faites dans les deux cas  $S=0.25$  et  $S=0.50$ , la différence entre eux est que pour  $S=0.50$ , les cellules verticales observées ont des noyaux distants: un est proche de la paroi gauche et l'autre est proche du haut près de la paroi droite. Pour  $S=0.75$ , les cellules verticales sont compressées dans leurs canaux respectifs. Dans tous les régimes, au fur et à mesure que la taille de la source de chaleur augmente, les distributions de température changent.

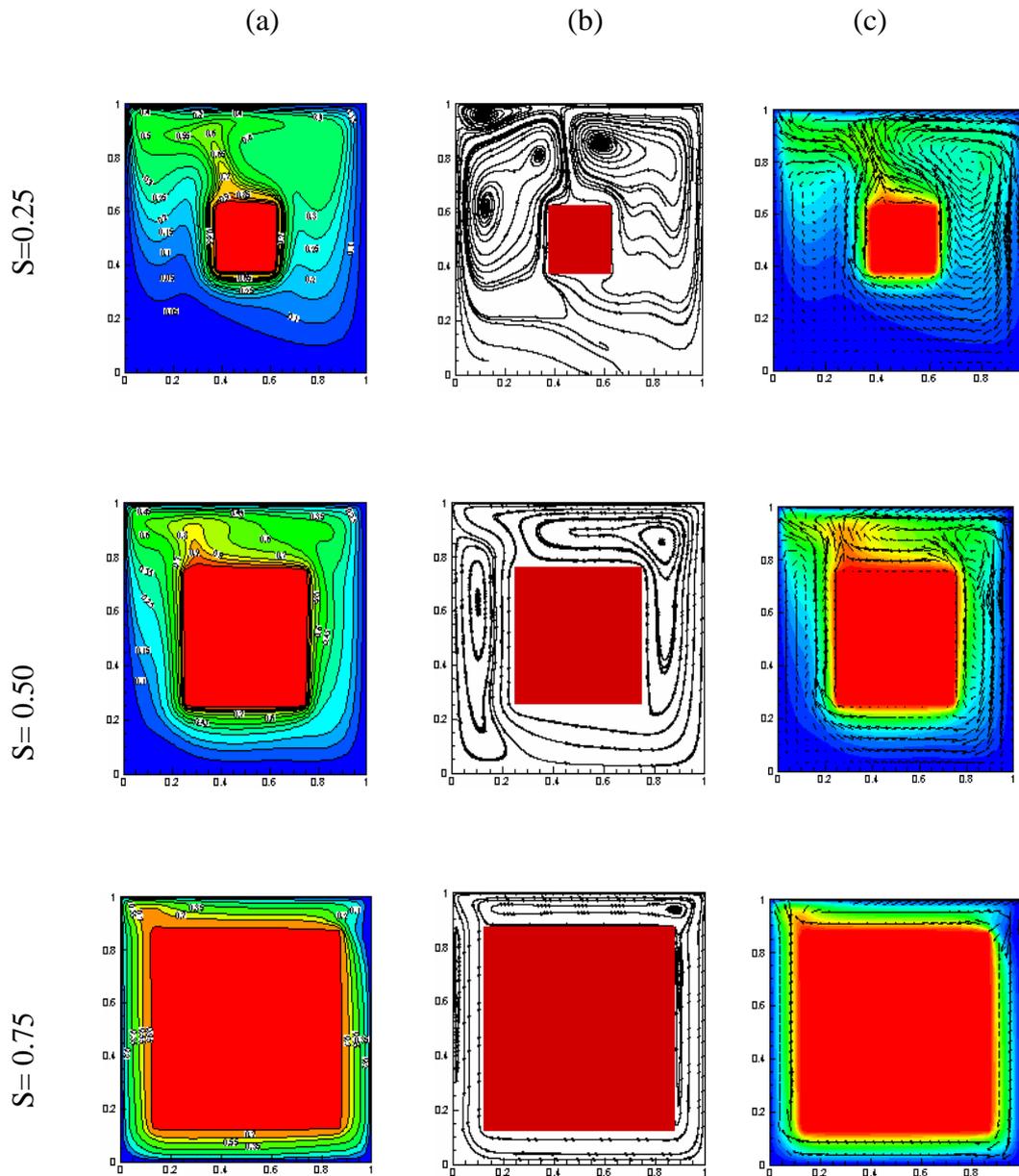
La figure 4.9(a) représente le comportement hydrodynamique des flux convectifs en termes de profils de la composante  $v$  de la vitesse le long du plan horizontal médian ( $Y=0.5$ ) de la cavité pour différentes valeurs de la taille de la source ( $S= 0.25, 0.5$  et  $0.75$ ) et pour les nombres de Richardson suivants  $Ri$  ( $Ri= 0.01, 1$  et  $10$ ).

Quand on observe ces profils, on peut voir que pour toutes les tailles de la source de chaleur et les valeurs du nombre de Richardson  $Ri \leq 1$ , le flux est descendant dans le canal droit et ascendant dans celui de gauche. A  $Ri=10$ , pour  $S=0.25$  et  $S= 0.50$ , la présence de fortes cellules de recirculation verticales est mis en évidence. Concernant le cas de  $S=0.75$ , ces cellules sont compressées dans leurs canaux respectifs et les profils de la  $v$ -vitesse exhibent des profils paraboliques. Les profils de la composante  $u$  de la vitesse illustrés dans la figure 4.9(b) sont paraboliques dans tous les cas et tous les régimes. On observe que l'intensité des composants verticaux et horizontaux de la vitesse est plus grande pour les valeurs élevées du nombre de Richardson.

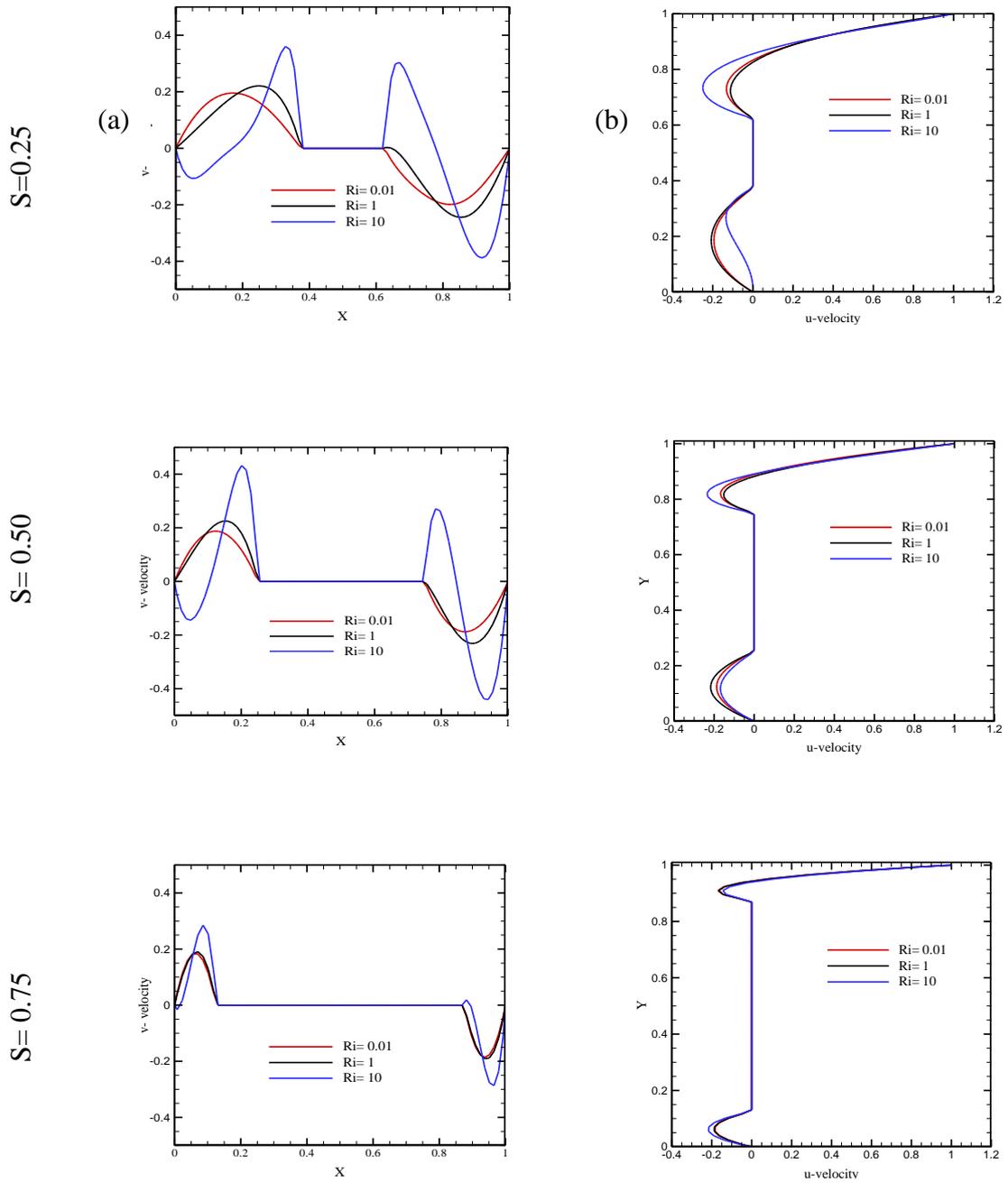
#### IV.2.5 L'effet de la fraction volumique du nanofluide

Pour étudier l'effet de la fraction volumique du nanofluide, sur l'écoulement et le transfert de chaleur, dans la cavité remplie du nanofluide cuivre-eau et sujette à une source de chaleur dont la taille est  $S=0.25$ . Les simulations sont effectuées pour  $\phi$  prenant les valeurs 0, 0.02, 0.04 et 0.06 et pour les nombres de Richardson ( $Ri= 0.01, 1$  et  $10$ ). Le paramètre maintenu constant dans cette section est le nombre de Reynolds  $Re=100$ .

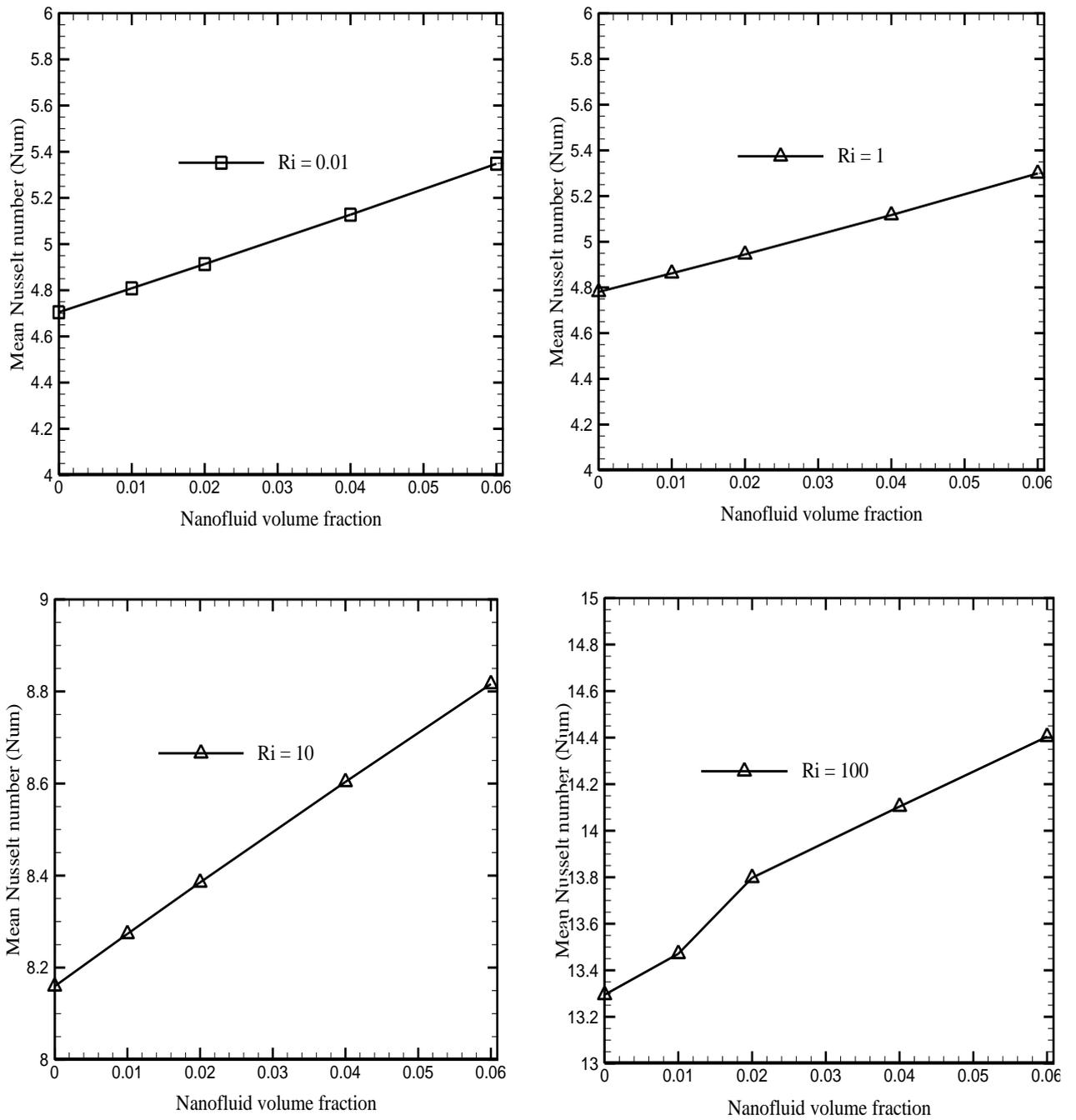
La figure 4.10 suivante montre l'effet de la fraction volumique des nanoparticules, sur le nombre de Nusselt moyen de la surface de la source de chaleur à différents nombres de Richardson,



**Figure (4.8):** Isothermes (a) lignes de courant (b) et champs de vitesse (c) pour une cavité remplie du nanofluid cuivre-eau et pour les tailles suivantes de la source de chaleur( $S=0.25, 0.5, 0.75$ ),  $Ri=10, Re=100$  et  $\varphi = 0.04$ .



**Figure (4.9):** profils (a) V-vitesse et (b) U-vitesse le long des plans médians horizontal et vertical pour une cavité remplie du nanofluide cuivre-eau et pour différentes tailles de la source ( $S = 0.25, 0.50, 0.75$ ) et à des nombres de Richardson ( $Ri = 0.01, 1, 10$ ),  $Re = 100$  et  $\phi = 0.04$



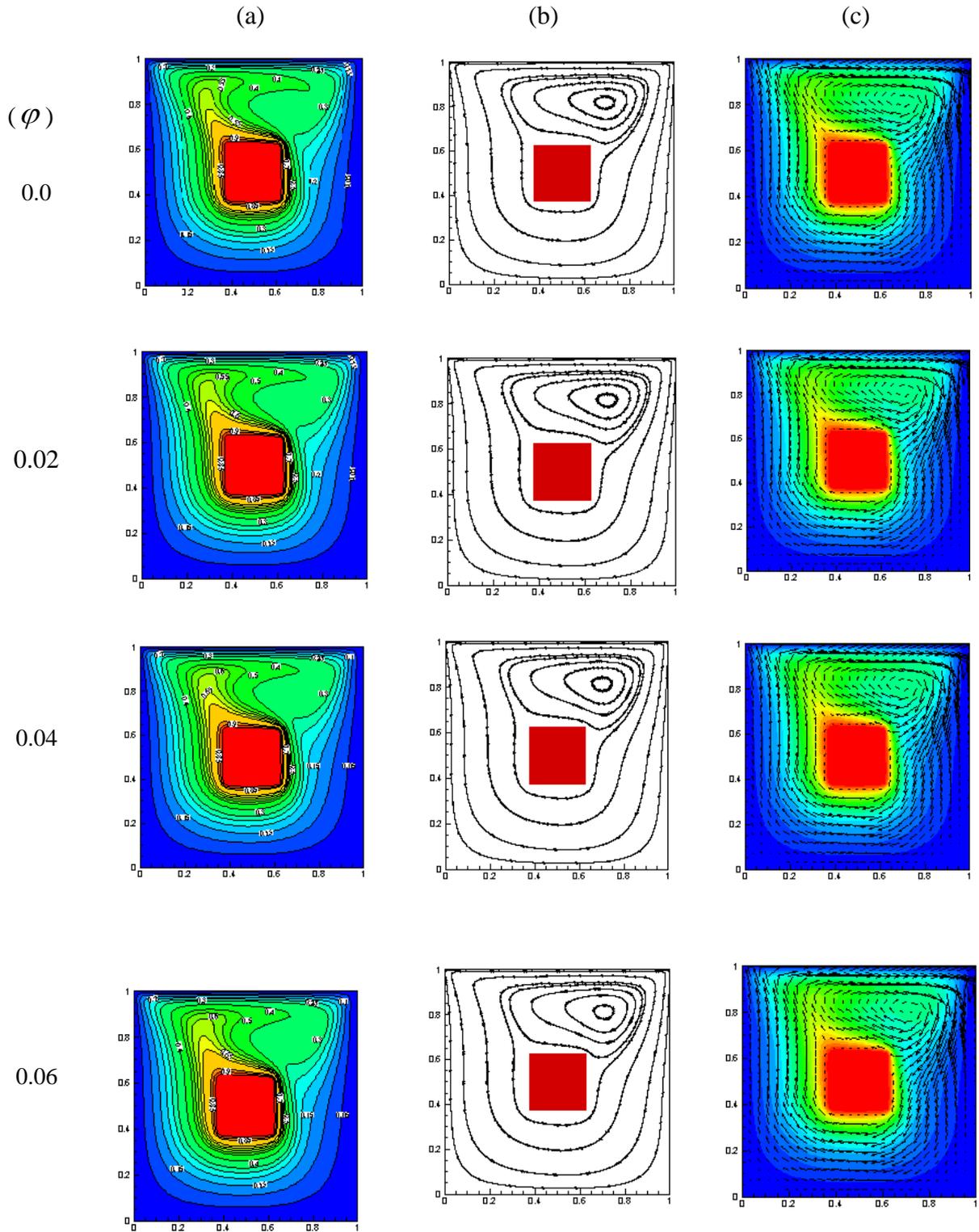
**Figure (4.10):** Effet de la fraction volumique sur le nombre de Nusselt moyen à différents nombres de Richardson ( $Ri = 0.01, 1, 10, 100$ ). La cavité est remplie du nanofluide cuivre-eau,  $Re=100$  et  $S=0.25$ .

On observe qu'augmenter la fraction volumique du nanofluide engendre la croissance du nombre de Nusselt moyen dans tous les régimes étudiés. On note que la plus intense croissance du nombre de Nusselt moyen s'effectue aux faibles valeurs de Ri.

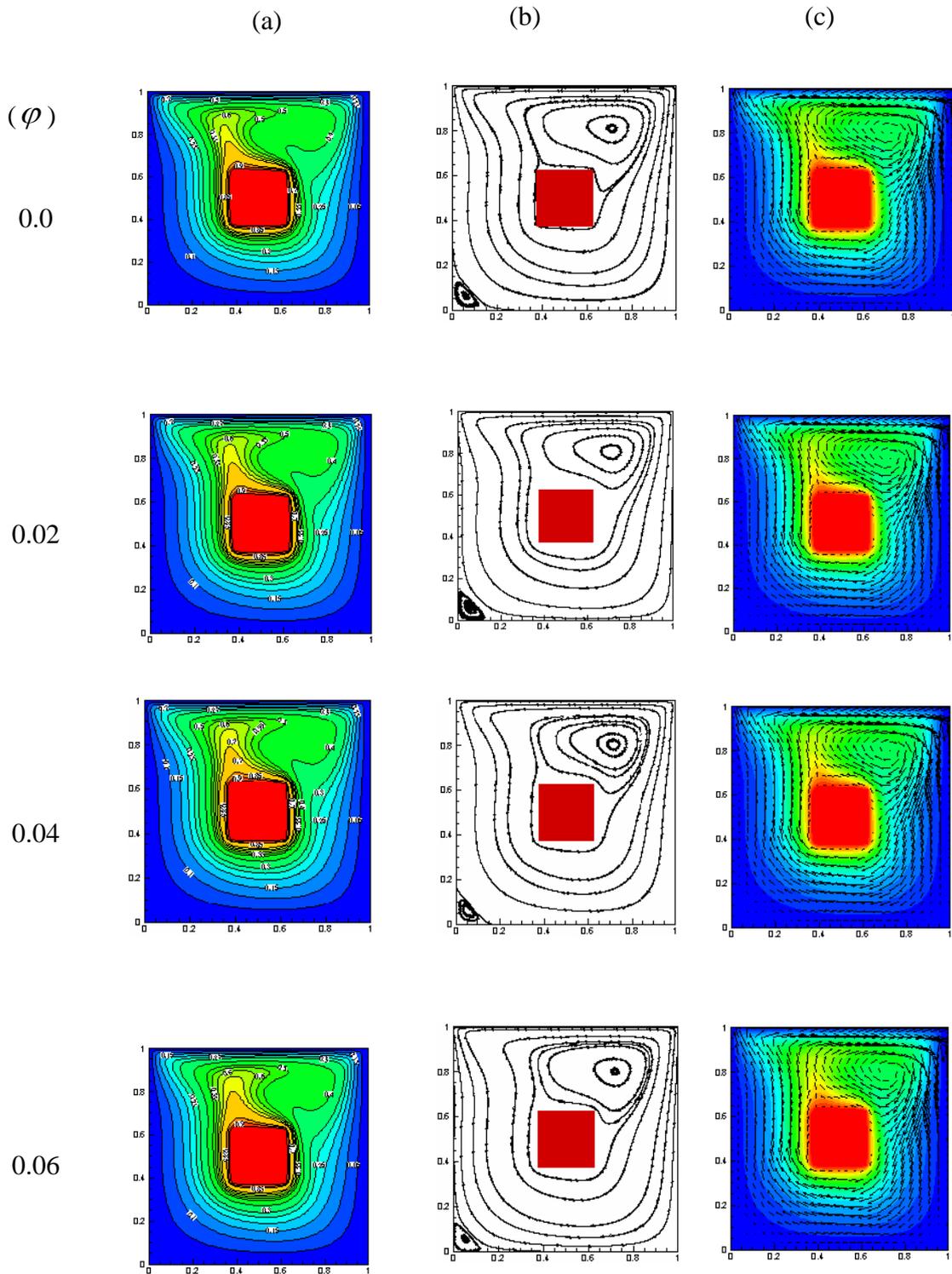
Les figures (4.11), (4.12) et (4.13) qui suivent illustrent les contours des lignes de courant, des isothermes et champs de vitesse à différents nombres de Richardson (Ri=0.01,1,10) respectivement et pour différentes valeurs de la fraction volumique du cuivre. De Claires différences sont observées dans les contours des isothermes du nanofluide cuivre-eau en comparaison avec le cas de l'eau pure ( $\varphi=0$ ), on constate que l'accroissement de la fraction volumique engendre une diminution de la température du fluide dans la cavité. Par contre, augmenter la fraction volumique des nanoparticules n'a pas d'influence significative sur l'intensité de la fonction de courant pour tous les nombres de Richardson étudiés. Ceci peut être prouvé clairement par la comparaison de la magnitude de la fonction de courant maximum obtenue pour différentes fractions volumiques du nanofluide Cu-eau dans le tableau 4.6.

**Tableau (4.6):** Variation de la fonction de courant maximum avec la fraction volumique du nanofluide à différents nombres de Richardson, Re=100 et S=0.25.

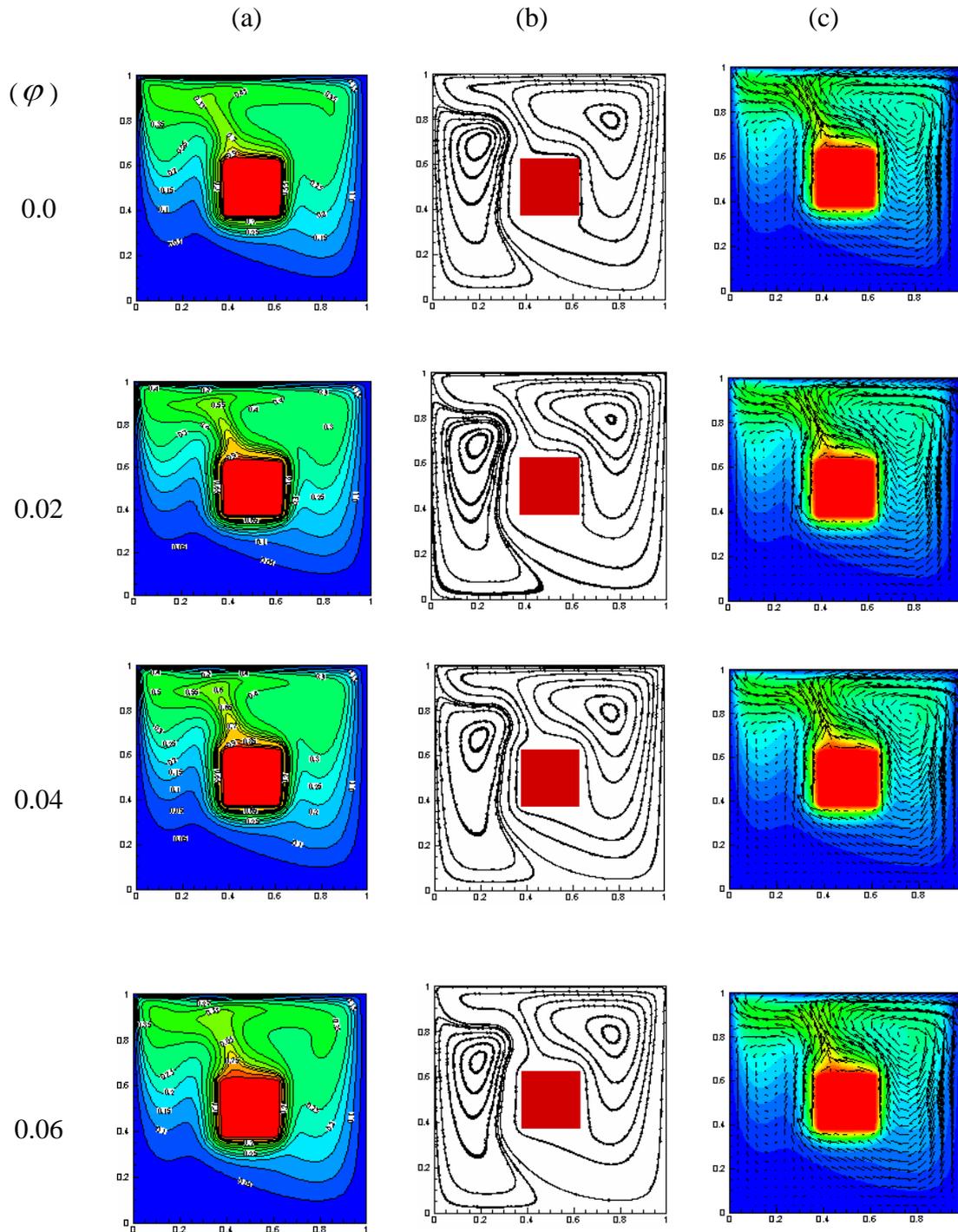
Maximum de la fonction de courant $\psi_{max}$				
Ri/ $\varphi$	$\varphi = 0.00$	$\varphi = 0.02$	$\varphi = 0.04$	$\varphi = 0.06$
<b>Ri= 0.01</b>	2.6218e <sup>-6</sup>	2.6909e <sup>-6</sup>	2.7569e <sup>-6</sup>	2.8176 e <sup>-6</sup>
<b>Ri = 1</b>	3.8064e <sup>-5</sup>	3.3655 e <sup>-5</sup>	2.9103e <sup>-5</sup>	2.6278e <sup>-5</sup>
<b>Ri = 10</b>	1.4239 e <sup>-2</sup>	1.4037 e <sup>-2</sup>	1.4012 e <sup>-2</sup>	1.3954 e <sup>-2</sup>



**Figure (4.11):** Isothermes (a) lignes de courant (b) et champs de vitesse (c) dans une cavité remplie du nanofluide cuivre-eau à différentes fractions volumiques ( $\varphi = 0, 0.02, 0.04$  et  $0.06$ ) pour  $Ri=0.01$ ,  $Re=100$  et  $S=0.25$ .



**Figure (4.12):** Isothermes (a) lignes de courant (b) et champs de vitesse (c) dans une cavité remplie du nanofluide cuivre-eau à différentes fractions volumiques ( $\varphi = 0, 0.02, 0.04$  et  $0.06$ ) pour  $Ri=1, Re=100$  et  $S=0.25$ .



**Figure (4.13):** Isothermes (a) lignes de courant (b) et champs de vitesse(c) dans une cavité remplie du nanofluide cuivre-eau à différentes fractions volumiques ( $\phi = 0, 0.02, 0.04$  et  $0.06$ ) pour  $Ri=10$ ,  $Re=100$  et  $S=0.25$ .

Les figures 4.14(a) et 4.14(b) représentent respectivement les profils de la composante V de la vitesse le long du plan médian horizontal ( $Y=0.5$ ) et les profils de la composante U de la vitesse le long du plan médian vertical ( $X=0.5$ ) de la cavité à différents nombres de Richardson ( $Ri= 0.01, 1, 10$ ), pour l'eau pure et les valeurs suivantes de la fraction volumique du nanofluide cuivre-eau  $\varphi=0.04$  et  $0.06$ . Les profils de vitesse à  $Ri \leq 10$  ne sont pas influencés d'une manière significative par l'augmentation de la fraction volumique du nanofluide.

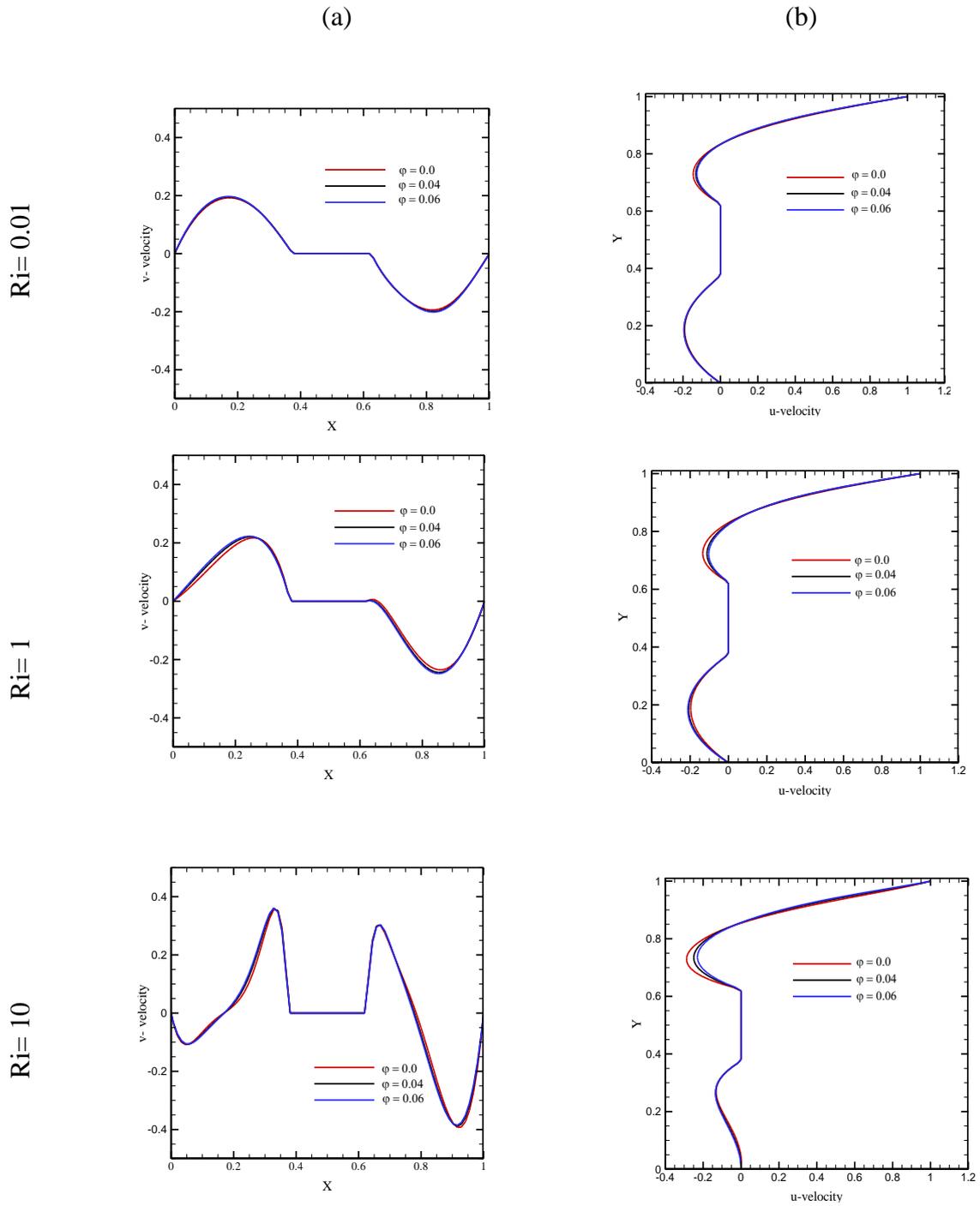
#### IV.2.6 L'effet de la nature du nanofluide

On examine dans cette section l'effet de la nature des nano suspensions, sur le transfert de chaleur pour les quatre types de nanoparticules: Cu, Ag,  $Al_2O_3$  et  $TiO_2$  et pour les nombres de Richardson ( $Ri= 0.01, 1, 10$  et  $100$ ). La cavité est sujette à une source de chaleur centrale dont la taille est  $S=0.25$ . Les paramètres maintenus constants sont le nombre de Reynolds fixé à  $100$  et la fraction volumique du nanofluide  $\varphi=0.04$ .

La variation du nombre de Nusselt moyen de la source de chaleur avec la nature du nanofluide, à différents nombres de Richardson est résumée dans le tableau 4.7 qui suit.

Les résultats montrent qu'avec les nanofluides à base des nanoparticules de cuivre ou d'argent, le nombre de Nusselt moyen est plus élevé en comparaison avec ceux de l'alumine ou l'oxyde de titane, ceci est dû aux valeurs élevées de leurs conductivités thermiques en comparaison avec les autres nanofluides. Le plus bas nombre de Nusselt moyen est obtenu pour les nanoparticules de  $TiO_2$ .

Le tableau 4.8 qui suit montre le pourcentage de la croissance du transfert de chaleur pour les quatre types de nanofluides par rapport à l'eau pure, à différents nombres de Richardson. La plus grande croissance du nombre de Nusselt moyen est obtenue dans le cas du nanofluide Cu-eau à  $Ri=0.01$  et le plus bas pourcentage est obtenu pour  $TiO_2$ -eau à  $Ri=10$ . La croissance du transfert de chaleur est due à la conductivité thermique croissante des nanofluides, ce qui a pour conséquence un meilleur transport thermique dans le fluide.



**Figure (4.14):** profils (a) V-vitesse et U-vitesse (b) le long des plans médians horizontal et vertical dans une cavité remplie du nanofluide cuivre-eau à différents nombres de Richardson ( $Ri = 0.01, 1, 10$ ), différentes fractions volumiques du nanofluide ( $\phi = 0.0, 0.04, 0.06$ ),  $Re = 100$  et  $S = 0.25$ .

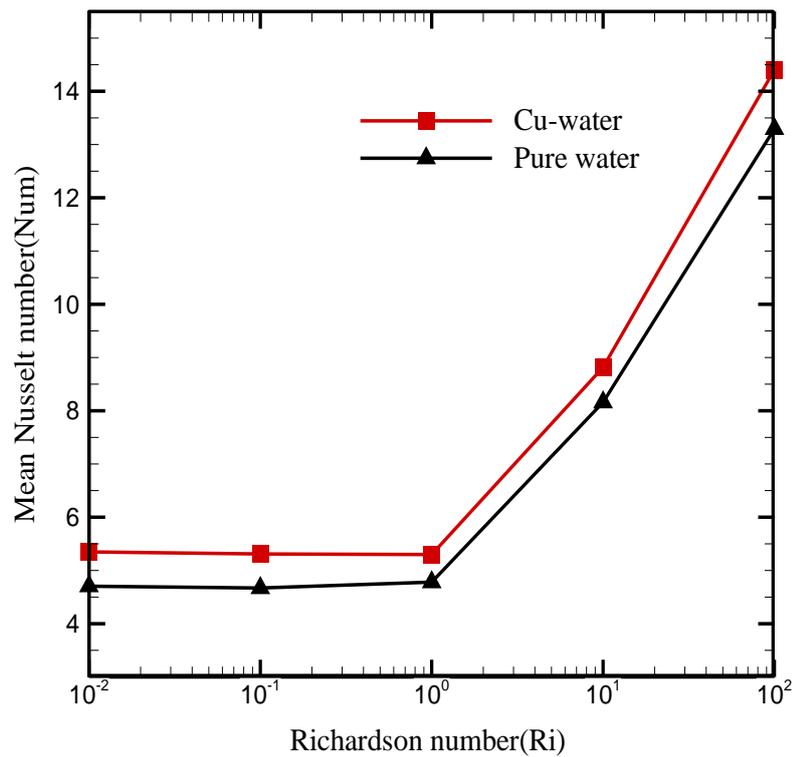
**Tableau (4.7):** Variation du nombre de Nusselt moyen à la surface de la source de chaleur avec le type de nanofluide, à différents nombres de Richardson,  $\varphi = 0.04$ ,  $Re=100$  et  $S=0.25$ .

Ri/ fluide	Num				
	Num,w eau pure	Cu-eau	Ag-eau	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> -eau	TiO <sub>2</sub> -eau
<b>Ri = 0.01</b>	4.705	5.127	5.103	5.091	5.078
<b>Ri = 1</b>	4.781	5.117	5.091	5.080	5.078
<b>Ri = 10</b>	8.159	8.604	8.587	8.549	8.455
<b>Ri = 100</b>	13.295	14.103	14.062	13.867	13.828

**Tableau (4.8):** Pourcentage de l'accroissement du transfert de chaleur pour différents nanofluides par rapport à l'eau pure à différents nombres de Richardson,  $\varphi = 0.04$ ,  $Re=100$  et  $S=0.25$ .

Ri/ type nanofluide	((Num- Num,w)*100/Num,w) %			
	Cu-eau	Ag-eau	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> -eau	TiO <sub>2</sub> -eau
Ri = 0.01	8.969	8.459	8.204	7.928
Ri = 1	7.028	6.484	6.254	6.212
Ri= 10	5.454	5.246	4.780	3.628
Ri = 100	6.077	5.769	4.302	4.009

En outre, la figure 4.15 qui suit illustre la comparaison entre le nombre de Nusselt moyen du nanofluide cuivre-eau à  $\phi = 0.06$  avec le nombre de Nusselt moyen obtenu pour l'eau pure en fonction du nombre de Richardson, l'amélioration atteint 13.67% pour  $Ri=0.01$  (régime de convection forcée dominante).



**Figure (4.15):** Comparaison entre le nombre de Nusselt moyen du nanofluide cuivre-eau à  $\phi = 0.06$  avec le nombre de Nusselt moyen obtenu pour l'eau pure pour différents nombre de Richardson ( $Ri = 0.01, 0.1, 1, 10, 100$ ),  $Re = 100$  et  $S = 0.25$ .

## CONCLUSION GENERALE

Le but du travail entrepris dans ce projet de doctorat concerne la simulation numérique du transfert de chaleur par convection mixte en régime laminaire dans une cavité carrée remplie de nanofluides et dotée d'une source de chaleur de forme carrée positionnée au centre de celle-ci. Toutes les parois sont refroidies à température fixe et la paroi supérieure se déplace vers la droite à vitesse constante. Dans ces simulations, nous considérons quatre types de nanofluides (Cu, Ag, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> et TiO<sub>2</sub>)-eau.

Les équations du modèle mathématique gouvernantes sont discrétisées par la méthode des volumes finis par l'approche de l'algorithme SIMPLER. L'influence sur les caractéristiques du transfert de chaleur par convection mixte et l'écoulement des fluides, de paramètres pertinents comme le nombre de Richardson, la taille de la source de chaleur, la fraction volumique et le type de nanofluides est étudiée. Pour toutes les simulations, le nombre de Reynolds est fixé à 100.

Les conclusions suivantes sont extraites des résultats numériques des simulations.

- Pour les tailles de la source de chaleur suivantes ( $S = 0.25, 0.50$ ), le nombre de Nusselt moyen reste constant en augmentant le nombre de Richardson jusqu'à ce que ce dernier atteigne la valeur de 1. Puis, en augmentant le nombre de Richardson  $Ri > 1$ , le nombre de Nusselt moyen augmente. Les résultats montrent que le transfert de chaleur s'améliore de 175.6% lorsqu'on augmente le nombre de  $Ri$  de 1 à 100. Pour  $S=0.75$ , le nombre de Nusselt moyen ne change pas jusqu'à ce que le nombre de Richardson atteigne la valeur de  $Ri=10$ . Pour une augmentation ultérieure du nombre de Richardson, le nombre de Nusselt moyen augmente encore.
- On Remarque que pour  $Ri \leq 10$ , le nombre de Nusselt moyen Num3 de la paroi droite est meilleur que le nombre de Nusselt moyen des autres faces, mais pour  $Ri=100$ , le nombre de Nusselt Num1 de la face gauche devient plus élevé que les autres.
- On conclut qu'à un nombre de Richardson fixe, le nombre de Nusselt moyen diminue quand la taille de la source de chaleur augmente de  $S=0.25$  à  $S=0.50$ , puis augmente pour une augmentation ultérieure de la taille de la source à l'exception du cas où  $Ri=100$ , où Num ne change pas quand  $S$  augmente de 0.5 à 0.75. Le nombre de Nusselt moyen reste constant jusqu'à ce que  $Ri$  atteigne  $Ri=10$ , dans le cas de  $S=0.75$ ,

mais a des valeurs plus grandes en comparaison avec les autres tailles de la source de chaleur. Le plus grand nombre de Nusselt moyen est obtenu pour la taille  $S=0.25$  à  $Ri=100$ .

- Une amélioration significative du transfert de chaleur est obtenue lors de l'introduction des nanoparticules dans le fluide de base. En outre, quand on augmente la fraction volumique des nanoparticules, le nombre de Nusselt moyen augmente et la température est réduite dans la cavité pour tous les régimes étudiés. Seulement augmenter la fraction volumique des nanoparticules n'influence pas l'intensité de la fonction de courant pour tous les nombres de Richardson étudiés.
- La comparaison entre le nombre de Nusselt moyen du nanofluide cuivre-eau à  $\phi=0.06$  avec le nombre de Nusselt moyen obtenu pour l'eau pure en fonction du nombre de Richardson montre que l'amélioration atteint 13.67 % pour  $Ri=0.01$  dans le régime dominant de convection forcée.
- Les nanoparticules dont la conductivité thermique est la plus élevée comme le cuivre ou l'argent génèrent une plus grande croissance du taux de transfert de chaleur. Alors que les nanoparticules comme l'alumine ( $Al_2O_3$ ) et l'oxyde de titane ( $TiO_2$ ) ont une moindre performance.

Nous estimons que ce travail représente une modeste contribution à la maîtrise de la simulation numérique par la méthode des volumes finis et du transfert de chaleur dans les cavités confinées et remplies de nanofluides. Nous espérons poursuivre ce travail en considérant :

- D'autres modèles d'équations de la conductivité thermique et de la viscosité et la comparaison avec les résultats obtenus dans la présente étude.
- Explorer l'aspect énergétique, en étudiant l'évolution de l'entropie dans ce genre de cavité avec obstacles et faire une optimisation du transfert de chaleur.
- Travailler sur d'autres géométries plus complexes.
- Utiliser le modèle diphasique pour étudier le transfert de chaleur et comparer les résultats obtenus avec ceux du présent travail.

Le présent travail a fait l'objet d'une publication internationale dans *FDMP Tech Science* volume.13, no.3, 2017.

L'intitulé de l'article est:

**Mixed Convection of Nanofluids inside a Lid-Driven Cavity Heated by a Central Square Heat Source, Fluid Dynamics and Material Processing, FDMP**

**Vol.13, No.3, PP.189-212, 2017**

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- A Abu-Nada, E. et H.F. Öztop.2011. *Numerical analysis of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/water nanofluids natural convection in a wavy walled cavity*. Numerical Heat Transfer Part A, 59: 403–419.
- Abu-Nada, E. et A. J. Chamkha.2010. *Mixed convection flow in a lid-driven inclined square enclosure filled with a nanofluid*. European Journal Of Mechanics B/Fluids 29472\_482.
- Arani, A.A.A, S.M. Sebdani, M.Mahmoodi,A. Ardeshiri, M. Aliakbari.2012. *Numerical study of mixed convection flow in a lid-driven cavity with sinusoidal heating on sidewalls using nanofluid*. Superlattices and Microstructures 51, 893–911.
- Ali, M.,O. Zeitoun,S. Almotairi wxH.Al-Ansary.2013. *The effect of alumina–water nanofluid on natural convection heat transfer inside vertical circular enclosures heated from above*. Heat Transfer Engineering, 34(15):1289–1299, 2013.
- B Bouchoucha, A.M., R. Bessaïh. 2015. *Natural convection and entropy generation of nanofluids in a square cavity*.International Journal of Heat and Technology, Vol.33 (2015), No.4, pp.1-10.
- Béjan,A.2004. *Convection heat transfer*, 3<sup>rd</sup> Edition, Wiley, New-York.
- Bhuvanewari,M., Sivasankaran, S.,Kim,Y. J.2011.*Numerical study on double diffusive mixed convection with SORET effect in a two side lid driven cavity*. Numerical Heat Transfer, Part A, 59: 543–560, 2011.
- Bouchoucha, Abd el malik.2017. *Génération d'entropie due au refroidissement par convection naturelle d'un nanofluide*. Thèse de Doctorat 3eme cycle(LMD) en Génie mécanique.Faculté des sciences et technologie, Université Constantine 1.
- C Corcione, Massimo.2010. *Heat transfer features of buoyancy-driven nanofluids inside rectangular enclosures differentially heated at the sidewalls*. International Journal of Thermal Sciences 49(2010) 1536-1546.
- Chemloul, N. S., M. A. Belmiloud.2016. *Effet des nanoparticules sur l'amélioration du transfert thermique dans une cavité carrée*. Revue des énergies renouvelables, vol. 19, pp. 397-408.
- Cho, C.C., C.L. Chen,et C.K. Chen.2013. *Mixed convection heat transfer performance of water-based nanofluids in lid-driven cavity with wavy surfaces*. International Journal of Thermal Sciences 68 (2013) 181e190.

Cho, C.C.2014. *Heat transfer and entropy generation of natural convection in nanofluid-filled square cavity with partially-heated wavy surface*. International Journal Of Heat And Mass Transfer 77 (2014) 818–827.

Chamkha, A.J., S.H. Hussain, et Q. R. Abd-Amer.2011. *Mixed Convection Heat Transfer Of Air Inside A Square Vented Cavity With A Heated Horizontal Square Cylinder*. Numerical Heat Transfer, Part A, 59: 58–79, 2011.

D Dehnavi, R., A. Rezvani.2012. *Numerical investigation of natural convection heat transfer of nanofluids in a Γ shaped cavity*. Superlattices and Microstructures 52 (2012) 312–325.

Doche, O., Jean-Antoine., J.A.Gruss ,et O. Soriano.2007. *Une nouvelle technologie pour les échangeurs thermiques : Le Nanofluide*, 18<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique Grenoble, 27-31 août 2007.

E Esfe, M.H., M.Akbari., A.Karimipour., M.Afrand., O. Mahian, et S.Wongwises.2015. *Mixed convection flow and heat transfer in an inclined cavity equipped to a hot obstacle using nanofluids considering temperature-dependent properties*. International Journal of Heat and Mass Transfer 85 (2015) 656–666.

G Gangawane, Krunal M., Hakan F. Öztop, Nidal. Abu-Hamdeh, 2018. *Mixed convection characteristic in a lid-driven cavity containing heated triangular block: Effect of location and size of block*. International Journal of Heat and Mass Transfer 124 (2018) 860–875.

Garoosi, F.,G.Bagheri,et F.Talebi.2013. *Numerical simulation of natural convection of nanofluids in a square cavity with several pairs of heaters and coolers (hacs) inside*, International. Journal Of Heat And Mass Transfer 67 (2013) 362–376.

Ghazvini, M., A. Akhavan-Behabadi., E.Rasouli,et M.Raisee.2011. *Heat transfer properties of nanodiamond–engine oil nanofluid in laminar flow*, Heat Transfer Engineering.

Gladés,B.2010. *Contribution à l'étude de la convection naturelle dans les nanofluides en configuration de Rayleigh-Bénard*. Thèse de doctorat de l'Université de Toulouse.

Ghasemi,B., S.M.Aminossadati.2009. *Natural convection heat transfer in an inclined enclosure filled with a water-cuo nanofluid*, Numerical Heat Transfer. Part A, 55: 807–823, 2009.

Ghasemi,B.2013. *Magnetohydrodynamic natural convection of nanofluids in u-shaped enclosures*. Numerical Heat Transfer Part A, 63: 473–487, 2013.

Gherasim, I.; G.Roy., C.T.Nguyen,et D.Vo-Ngoc.2009. *Experimental investigation of nanofluids in confined laminar radial flows*. International Journal of Thermal Sciences 48 (2009) 1486–1493.

H Heyhat, M.M., F.Kowsary., A.M.Rashidi., M.H.Momenpour,et A.Amrollahi.2012. *Experimental investigation of laminar convective heat transfer and pressure drop of water-*

based  $Al_2O_3$  nanofluids in fully developed flow regime. *Experimental Thermal and Fluid Science* 44 (2013) 483–489.

Hu, Y., Y.He., C.Qi., B.Jiang, et H. I. Schlaberg. 2014. *Experimental and numerical study of natural convection in a square enclosure filled with nanofluid*. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 78 (2014) 380–392.

- I Islam, A.W., M. A.R.Sharif, et E. S. Carlson. 2012. *Mixed convection in a lid driven square cavity with an isothermally heated square blockage inside*. *International Journal Of Heat And Mass Transfer* 55 (2012) 5244–5255.

Izadi, M., A.Behzadmehr, et M. M.Shahmardan. 2014. *Effects of inclination angle on mixed convection heat transfer of a nanofluid in a square cavity*. *International Journal for Computational Methods in Engineering Science and Mechanics*.

- K Kalteh, M., K.Javaherdehet T.Azarbarzin. 2014. *Numerical solution of nanofluid mixed convection heat transfer in a lid-driven square cavity with a triangular heat source*, *Powder Technology* 253 (2014) 780–788.

Khentoul, Moussa. 2016. *Étude Numérique de la Convection Mixte dans un Canal Horizontal Contenant des Ailettes*. Thèse de Doctorat 3eme cycle (LMD) en Génie mécanique. Faculté des sciences et technologie, Université Constantine 1.

- L Lin, K.C, et A.Violi. 2010. *Natural convection heat transfer of nanofluids in a vertical cavity: Effects of non-uniform particle diameter and temperature on thermal conductivity*, *International Journal of Heat and Fluid Flow* 31 (2010) 236–245.

- M Muthamilselvan, M., P.Kandaswamy, et J.Lee. 2010. *Heat transfer enhancement of copper-water nanofluids in a lid-driven enclosure*. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat* 15 (2010) 1501–1510.

Morshed, K.N., M.A.R.Sharif, et A.W.Islam. 2014. *Laminar mixed convection in a lid driven square cavity with two isothermally heated square internal blockages*. *Chemical Engineering Communications*.

Moghari, R. M., F.Talebi., R.Rafee, et M.Shariat. 2014. *Numerical study of pressure drop and thermal characteristics of  $Al_2O_3$ -water nanofluid flow in horizontal annuli*. *Heat Transfer Engineering*, 36(2):166–177, 2015.

Moumni, H., H.Welhezi., R.Djebali et E.Sediki. 2015. *Accurate finite volume investigation of nanofluid mixed convection in two-sided lid driven cavity including discrete heat sources*. *Applied Mathematical Modelling*, vol. 39, pp. 4164-4179.

- O Ögut, E. B. 2009. *Natural convection of water-based nanofluids in an inclined enclosure with a heat source*. *International Journal of Thermal Sciences* 48 (2009) 2063–2073.

- Öztop, Hakan F., Ahmad. Sakhrieh, Eiyad. Abu-Nada, Khaled. Al-Salem.2017. *Mixed convection of MHD flow in nanofluid filled and partially heated wavy walled lid-driven enclosure*. International communications in Heat and mass transfer 86(2017) 42-51.
- P Putra, N., W.Roetzel., Sarit,et K.Das.2003.*Natural convection of nanofluids*, Heat and Mass transfer 39 (2003) 775–784.
- Patankar, S. V.1980.*Numerical heat transfer and fluid flow*. McGraw-Hill, NewYork.
- R Rahman, M.M., M.M.Billah., A.T.M.M.Rahman., M.A.Kalam,et A. Ahsan.2011.*Numerical investigation of heat transfer enhancement of nanofluids in an inclined lid-driven triangular enclosure*.International Communications in Heat and Mass Transfer 38 (2011) 1360–1367.
- Rahman, M. M., M.M.Billah., M.Hasanuzzaman., R.Saidur,et N.A.Rahim.2012.*Heat transfer enhancement of nanofluids in a lid-driven square enclosure*. Numerical Heat Transfer, Part A, 62: 973–991, 2012.
- Rashidi, I., Mahian., G.Lorenzini., C.Biserni,et S.S.Wongwises.2014.*Natural convection of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/water nanofluid in a square cavity: effects of heterogeneous heating*, International Journal Of Heat And Mass Transfer 74 (2014) 391–402.
- Roslan, R., H.Saleh,et I.Hashim.2012.*Effect of rotating cylinder on heat transfer in a square enclosure filled with nanofluids*. International Journal of Heat and Mass Transfer 55 (2012) 7247–7256.
- Ravnik, J., J.Škerget.2015.*A numerical study of nanofluid natural convection in a cubic enclosure with a circular and an ellipsoidal cylinder*. International Journal of Heat and Mass Transfer 89 (2015) 596–605.
- Rashmi, W., M. Khalid., A.F. Ismail., R.Saidur et A.K.Rashid.2013.*Experimental and numerical investigation of heat transfer in CNT nanofluids*. Journal of Experimental Nanoscience.
- S Shahi, Mina., Amir Houshang.Mahmoudi et Farhad. Talebi.2009. *Numerical study of mixed convective cooling in a square cavity ventilated and partially heated from the below utilizing nanofluid*. International Communications in Heat and Mass Transfer 37 (2010) 201–213.
- Sheremet, M A., H.F. Öztop, I. Pop et N. Abu-Hamedeh.2016. *Analysis of entropy generation in natural convection of nanofluid inside a square cavity having hot solid block: Tiwari and Das' Model*. MDPI journal Entropy 2016,18,9;doi:10.3390/e18010009.
- Selimefendigil, H.F.Öztop.2014. *Numerical study of MHD mixed convection in a nanofluid filled lid driven square enclosure with a rotating cylinder*. International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 78, pp. 741-754.

- Salari, M., M.M.Tabar, A.M.Tabar, H.A Danesh.2012.*Mixed convection of nanofluid flows in a square lid-driven cavity heated partially from both the bottom and side wall*. Numerical Heat Transfer, Part A, 62: 158–177, 2012.
- Sivasankaran, S. et K.L. Pan .2014. *Natural convection of nanofluids in a cavity with non uniform temperature distributions on side walls*. Numerical Heat Transfer, Part A, vol. 65, pp. 247-268.
- Sheikhzadeh, G.A., M. Ebrahim Qomi, N.Hajjaligol, A. Fattahi.2012. *Numerical study of mixed convection flows in a lid-driven enclosure filled with nanofluid using variable properties*. Results InPhysics 2 (2012) 5–13.
- Sharma,K.V, Akilu. Suleiman, Hj. Suhaimi B. Hassan et Gurumurthy Hegde.2017.*Considerations on the Thermophysical Properties of Nanofluids*. Engineering Applications of technology From Energy to Drug Delivery Korada.V.S, Hamid.NH(Eds).2017,VI,334p,87 illus. Hardcover.ISBN: 978-3.319.29759.0.
- T Tiwari, R.K., M.K.Das.2006. *Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids*. International Journal of Heat and Mass Transfer 50 (2007) 2002–2018.
- W Wang, G.,X. Meng, M. Zeng,H. Ozoe et Q.W. Wang.2013. *Natural convection heat transfer of copper–water nanofluid in a square cavity with time-periodic boundary temperature*. Heat Transfer Engineering, 35(6–8):630–640, 2014.
- Wen,D. et Ding, Y. .2005. *Formulation of nanofluids for natural convective heat transfer application*. International Journal of Heat and Fluid Flow 26 (2005) 855–864.
- Z Zeghibid, I. et R. Bessaïh .2017. *Mixed convection in a lid-driven square cavity with heat sources using nanofluids*. FDMP Tech-science, vol.13, no.4, pp.251-273.
- Haddad. Zoubida, Hakan.F. Oztop, Eiyad.Abu-Nada , Amina. Mataoui.2012. *A review on natural convective heat transfer of nanofluids Renewable and Sustainable Energy Reviews* 16 (2012) 5363–5378.

**ANNEXE**

---

**Publication Internationale**

---

## Mixed Convection of Nanofluids inside a Lid-Driven Cavity Heated by a Central Square Heat Source

Fatima-zohra Bensouici<sup>1,\*</sup> and Saadoun Boudebous<sup>2</sup>

**Abstract:** A numerical work has been performed to analyze the laminar mixed convection of nanofluids confined in a lid driven square enclosure with a central square and isotherm heat source. All the walls are cooled at constant temperature, and the top wall slides rightward at constant velocity. The simulations considered four types of nanofluids (Cu, Ag, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> and TiO<sub>2</sub>)-Water. The governing equations were solved using finite volume approach by the SIMPLER algorithm. Comparisons with previously published work are performed and found to be in good agreement. The influence of pertinent parameters such as Richardson number, size of the heat source, solid volume fraction and type of nanofluid, on the heat transfer characteristics of mixed convection is studied. For all the simulations, the Reynolds number is fixed to Re=100. The results show that a better cooling of the heat source is obtained at a size of S=0.25 for copper-water nanofluid at Ri=100 where the buoyancy is stronger. As a consequence, we can economise the lid driven energy. The results also show that adding nanoparticles into pure water improves heat transfer in the enclosure. Furthermore, Copper and Silver-water nanofluids yield the best heat transfer enhancement in comparison with the other nanofluids.

**Keywords:** Mixed convection, nanofluid, lid-driven cavity, heat source, numerical simulation, heat transfer enhancement.

### Nomenclature

$C_p$	specific heat [ $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$ ]
$g$	gravitational acceleration [ $m \cdot s^{-2}$ ]
$Gr$	Grashof number
$k$	thermal conductivity [ $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$ ]
$l$	size of the heat source [m]
$L$	size of the cavity [m]
$Num$	mean Nusselt number of the heat Source, $Num = \frac{-k_{nf}}{k_f} \int_A \frac{\partial \theta}{\partial X} dY$

<sup>1</sup>Faculté de Génie des Procédés Pharmaceutiques, Université de Constantine 3, UVN05, Ali Mendjeli Nouvelle Ville, Khroub, Constantine 25000

<sup>2</sup>Département de Mécanique, Université Larbi BenM'hidi, Oum el Bouaghi ALGERIE

\*Corresponding Author : Fatima-zohra Bensouici. Email: fzbensouici9@gmail.com.

Num1	mean Nusselt number of the left face of the heat source
Num2	mean Nusselt number of the top face of the heat source
Num3	mean Nusselt number of the right face of the heat source
Num4	mean Nusselt number of the bottom face of the heat source
Num, w	mean Nusselt number of the heat source for pure water
P	pressure [Pa]
Pr	Prandtl number ( $= \nu_f / \alpha_f$ )
Re	Reynolds number ( $= U_0 L / \nu_f$ )
Ri	Richardson number ( $= Gr / Re^2$ )
S	dimensionless heat source size ( $S = l/L$ )
T	temperature [K]
u, v	velocity components in x, y directions [ $m \cdot s^{-1}$ ]
U, V	dimensionless velocity components
x, y	cartesian coordinates [m]
$U_0$	lid velocity [ $m \cdot s^{-1}$ ]
X, Y	dimensionless coordinates.

***Greek symbols***

$\alpha$	thermal diffusivity [ $m^2 \cdot s^{-1}$ ]
$\varphi$	nanoparticles volume fraction
$\mu$	dynamic viscosity [ $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$ ]
$\beta$	thermal expansion coefficient [ $K^{-1}$ ]
$\Theta$	dimensionless temperature ( $= (T - T_c) / (T_h - T_c)$ )
$\nu$	kinematic viscosity [ $m^2 \cdot s^{-1}$ ]
$\rho$	density [ $kg \cdot m^{-3}$ ]
$\psi$	stream function

***Subscripts***

h	hot
c	cold
f	fluid
nf	nanofluid
max	maximal
w	wall

**1 Introduction**

Convection heat transfer in enclosures has many applications such as cooling of electronic devices, nuclear reactors, solar collectors, heating and cooling of buildings, glass-making

industry, but low thermal conductivity of conventional heat transfer fluids such as water and oils is a main limitation in enhancing heat transfer. To overcome this impediment, researchers developed fluids with advanced heat transfer properties: nanofluids which are suspensions of small particles in a base pure fluid.

In the recent years, numerous studies on the enhancement of convective heat transfer by using nanofluids were performed: Elif Büyük ögüt [Elif Büyük ögüt (2009)] numerically investigated natural convection heat transfer of nanofluids in an inclined square enclosure, the results show that the average transfer rate increases significantly as Rayleigh number and particle volume fraction increase, and decrease according to the ordering Ag, Cu, CuO, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, and TiO<sub>2</sub>. Ghasemi et al. [Ghasemi and Aminossadati (2009)] performed a numerical study of natural convection in a differentially heated inclined enclosure filled with water-CuO nanofluid. They found an optimum solid volume fraction which maximizes the heat transfer rate. Garoosi et al. [Garoosi, Bagheri and Talebi (2013)] studied numerically buoyancy driven convection in a cavity filled with nanofluids, with several pairs of heaters and coolers inside. They investigated the effects of the design parameters, volume fraction and types of nanoparticles. Their results showed that the highest and the lowest impacts of design parameters, on the enhancement of heat transfer rate are caused by changing the HAC's position and types of nanoparticles respectively. Moreover, they found that heat transfer increases with changing orientation of HAC from horizontal to vertical for the entire range of Rayleigh's number. Their simulations indicated that heat transfer can be enhanced more efficiently by increasing the number of HAC than increasing the HAC's size. The optimum value of volume fraction is found to be equal to 1% and beyond that the heat transfer decreases. Wang et al. [Wang, Meng, Zeng et al. (2014)] carried out a numerical study of natural convective heat transfer of copper-water nanofluid in a square cavity with time-periodic boundary temperature. The results illustrate that the heat transfer rate increases using copper nanoparticles. Sivasankaran et al. [Sivasankaran and Pan (2014)] investigated numerically the effects of nanofluid, amplitude ratio and phase deviation of sinusoidal temperature distribution, on natural convection flow in a square enclosure. They observed that the heat transfer rate can essentially be enhanced by non-uniform heating of both walls as compared to the case of uniform heating on one wall. The heat transfer rate is increased when increasing the amplitude ratio between the sinusoidal temperature variations on the walls and the volume fraction of nanoparticles. Also, the heat transfer rate increases when increasing the Rayleigh number. Abu-Nada et al. [Abu-Nada and Oztop (2011)] reported a numerical study, on heat transfer enhancement of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluids in natural convection applied to differentially heated wavy cavities. They observed that the addition of a nanoparticle of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> into the base fluid increases the mean Nusselt number. Rashidi et al. [Rashidi, Mahian, Lorenzini et al. (2014)] investigated natural convection in a square cavity filled with water-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanofluid under non-uniform heat flux on the bottom wall. The optimal profile of heat flux is determined where Nusselt number is maximized.

Forced convection is one of the most important subjects in many technological applications like high performance boilers, chemical catalytic reactors, power plants. Management of heat transfer for its enhancement or reduction in these systems is an

essential task from an energy saving perspective. Heidary et al. [Heidary and Kerman (2012)] carried out a numerical study of nanofluid heat transfer and fluid flow in a channel with blocks attached to the bottom wall. Simulations showed that heat transfer in channels can enhance up to 60% due to the presence of nanoparticles and the usage of blocks on hot walls. Abdellahoum et al. [Abdellahoum, Mataoui and Oztop (2015)] presented a numerical investigation of forced convection of nanofluid over a heated cavity in a horizontal duct. They found that the average Nusselt number increases with the volume fraction of nanoparticles for the whole tested range of Reynolds number.

Mixed convection flow occurs in lid-driven cavities due to both shear force generated by the movement of the lid wall and the buoyancy force created by thermal heating in the cavity. Abu-Nada et al. [Abu-Nada and Chamkha (2010)] detailed a numerical simulation of laminar mixed convection flow in a lid-driven inclined square enclosure filled with water- $\text{Al}_2\text{O}_3$  nanofluid. They found that significant heat transfer enhancement can be obtained due to the presence of nanoparticles. Many other researchers presented works on mixed convection. Kalteh et al. [Kalteh Javaherdeh and Azarbarzin (2014)] numerically studied the effects of nanofluid properties, on laminar mixed convection of a triangular heat source and concluded that suspending the nanoparticles in pure fluid leads to a significant heat transfer enhancement, also increasing the nanoparticles diameter leads to a decrease in the average Nusselt number for all Richardson numbers. Rahman et al. [Rahman, Billah, Hasanuzzaman et al. (2012)] numerically studied the effects of Reynolds and Prandtl numbers on mixed convective flow and heat transfer characteristics inside a ventilated cavity in presence of a heat-generating solid circular obstacle placed at the center. Their findings indicate that the flow and thermal fields as well as the heat transfer rate, the Drag force and the average fluid temperature in the cavity depend significantly on these parameters. Roslan et al. [Roslan, Saleh and Hashim (2012)] studied convective heat transfer in a differentially heated square enclosure with an inner rotating cylinder, the free space between the cylinder and the enclosure walls is filled with water (Cu, Ag,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  and  $\text{TiO}_2$ ) nanofluids. They observed that the strength of the flow circulation is much stronger for a higher nanoparticle concentration, a better thermal conductivity value and a smaller cylinder. Akand et al. [Akand, Sharif and Carlson (2012)] performed a numerical study, using ANSYS FLUENT, on laminar mixed convection in a square cavity and with an isothermally heated square blockage inside at  $\text{Pr}=0.71$ . Their results show that for any size of the blockage placed anywhere in the cavity, the average Nusselt number does not change significantly with increasing Richardson number until it approaches the value of the order of 1 beyond which the average Nusselt number increases rapidly with the Richardson number. They found that the best heat transfer is obtained when the blockage is placed around the top left and bottom right corners of the cavity. Khandakar et al. [Khandakar, Sharif and Akand (2015)] investigated numerically, the laminar mixed convection in a lid driven square cavity with two isothermally heated square internal blockages at  $\text{Pr}=0.71$ . They developed correlations between average Nusselt, Richardson and Reynolds numbers and observed that the average Nusselt number on the blockages surfaces increases with increasing Reynolds and Richardson numbers, and changes significantly with change of the placement of the blockages and the distance between them. Selimefendigil et al. [Selimefendigil and Öztop (2014)] have performed using COMSOL, a numerical study,

of mixed convection nanofluid lid driven square enclosure with a central rotating cylinder, the bottom wall is the only heated surface. It is observed that 17% of heat transfer enhancement is obtained for  $Ri=10$  when compared to flow at  $Ri=1$ . Averaged heat transfer decreases with increasing Hartmann number and the rotation of cylinder enhances heat transfer. Also, when the solid volume fraction of nanoparticle is increased, heat transfer increases. Rashmi et al. [Rashmi, Khalid, Ismail et al. (2015)] experimentally and numerically investigated the heat transfer enhancement using carbon nanotube nanofluids as a cooling fluid in a concentric tube laminar flow heat exchanger. They measured conductivity, density and rheology of the nanofluid as function of temperature. The results showed thermal conductivity enhancement from 4% to 125% and nearly 70% enhancement in heat transfer with increase in flow rate. Moradi et al. [Moradi, Bazooyar, Seyed et al. (2015)] studied experimentally natural convection heat transfer of  $Al_2O_3$  and  $TiO_2$ /water nanofluids in a cylindrical enclosure. Results show that adding nanoparticles to water has a negligible or even adverse influence upon natural convection heat transfer of water especially for high values of the Rayleigh number.

The aim of the present work is to study numerically mixed convection in a lid-driven square enclosure with a central square and isotherm heat source. The respective effects of varying the Richardson number, the size of the heat source, solid volume fraction and the type of nanofluids, on the fluid flow and heat transfer have been investigated and discussed.

## **2 Mathematical formulation**

### **2.1 Problem description**

The physical system considered in the present study is shown in Fig. 1. A Cartesian coordinate system is used with origin at the left corner of the domain. We investigate mixed convection in a lid-driven square enclosure with sides of length  $L$ , and a central heat generating square solid. This heat source has uniform temperature  $T_h$  and its dimensionless size is  $S$ . All the walls are cooled at uniform temperature  $T_c$  and the top wall slides rightward at constant speed  $U_0$ . Under all conditions  $\Delta T=T_h-T_c$  is less than  $8^\circ C$ . The fluid in the cavity is a water based nanofluid, Newtonian, incompressible and the flow is conceived as two-dimensional and laminar. The nanoparticles are assumed to have uniform shape and size. It is considered that thermal equilibrium exists between the base fluid and nanoparticles and no slip exists between the two media. The thermo-physical properties of the nanofluid are considered to be constant except the density variation in the body forces term of momentum equation which is satisfied by the Boussinesq's approximation. The gravitational acceleration acts in the negative  $y$  direction. All solid boundaries are assumed to be rigid and there are not slip walls. The thermophysical properties of the fluid and solid phases are shown in Tab. 1.

Table 1: Thermophysical properties of base fluid and nanoparticles at 298°k [Moumni, Welhezi, Djebali et al. (2015)] and [Chemloul and Belmiloud (2016)]

Property	Water	Cu	Ag	TiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
C <sub>p</sub> (J/kg K)	4179	385	235	686.2	765
ρ (kg/m <sup>3</sup> )	997.1	8933	10500	4250	3970
K (W/m K)	0.613	401	429	8.9538	40
β 10 <sup>5</sup> (1/K)	21	1.67	1.89	0.9	0.85

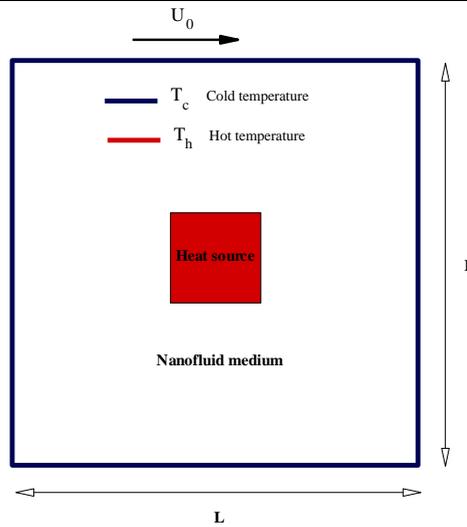


Figure 1: Schematic diagram of physical model

### 2.2 Governing equations

The flow is modeled by the Navier-Stokes equations. The conservation equations of mass, momentum, and energy for a steady-state, two-dimensional laminar mixed convection and incompressible flow are expressed in dimensional form as follows.

*Continuity*

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

*X-momentum*

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu_{nf} \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right\} \tag{2}$$

*Y-momentum*

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu_{nf} \left\{ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right\} + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}} g(T - T_C)$$

(3) *Energy*

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha_{nf} \left\{ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right\} \tag{4}$$

Thermal diffusivity and effective density of the nanofluid are:

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho c_p)_{nf}} \quad (5)$$

$$\rho_{nf} = \varphi \rho_s + (1 - \varphi) \rho_f \quad (6)$$

Thermal expansion coefficient and heat capacity of the nanofluid are:

$$(\rho\beta)_{nf} = \varphi(\rho\beta)_s + (1 - \varphi)(\rho\beta)_f \quad (7)$$

$$(\rho c_p)_{nf} = \varphi(\rho c_p)_s + (1 - \varphi)(\rho c_p)_f \quad (8)$$

The effective viscosity of the nanofluid was proposed by

Brinkman [Brinkman (1952)] as follows:

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\varphi)^{2.5}} \quad (9)$$

The effective thermal conductivity of the nanofluid is calculated by the Maxwell model:

$$\frac{k_{nf}}{k_f} = \frac{k_s + 2k_f - 2\varphi(k_f - k_s)}{k_s + 2k_f + \varphi(k_f - k_s)} \quad (10)$$

The dimensionless parameters may be presented as:

$$X = \frac{x}{L} \quad Y = \frac{y}{L} \quad U = \frac{u}{U_0} \quad V = \frac{v}{U_0} \quad \Theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \quad P = \frac{(p + \rho g y)L^2}{\rho_{nf} U_0^2} \quad (11)$$

The dimensionless forms of the above governing equations become as follows:

*Continuity*

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (12)$$

*X-momentum*

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\varphi)^{2.5}} \left\{ \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right\} \quad (13)$$

*Y-momentum*

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \frac{\rho_f}{\rho_{nf}} \frac{1}{(1-\varphi)^{2.5}} \left\{ \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right\} + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}\beta_f} Ri\Theta \quad (14)$$

*Energy equation*

$$U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} \frac{1}{Re Pr} \left\{ \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right\} \quad (15)$$

Where U and V are dimensionless velocity components in the X and Y directions, respectively.

The non-dimensional parameters that appear in the above equations are the Reynolds number  $Re = U_0 L / \nu_f$  Prandtl number  $Pr = \nu_f / \alpha_f$ , Richardson number  $Ri = Gr / Re^2$ , Grashof number  $Gr = g\beta_f \Delta T L^3 / \nu_f^2$  and solid volume fraction of the nanoparticles  $\varphi$ .

### 2.3 Boundary conditions

At  $X=0$  and  $0 \leq Y \leq L$ ,  $U=0$ ,  $V=0$ ,  $\Theta_c=0$

At  $X=L$  and  $0 \leq Y \leq L$ ,  $U=0$ ,  $V=0$ ,  $\Theta_c=0$

At  $Y=L$  and  $0 \leq X \leq L$ ,  $U=U_0 = 1$ ,  $V=0$ ,  $\Theta_c=0$  (16)

At  $Y=0$  and  $0 \leq X \leq L$ ,  $U=0$ ,  $V=0$ ,  $\Theta_c=0$

At the heat source surfaces:  $U=0$ ,  $V=0$ ,  $\Theta_h=1$

### 3 Numerical method and code validation

The governing Eq. (12-15) with corresponding boundary conditions Eq. (16) was solved using the finite volume method [Patankar (1980)]. Scalar quantities ( $P$  and  $\Theta$ ) are stored at the center of these volumes, whereas the vectorial quantities ( $u$  and  $w$ ) are stored on the faces. The governing equations were discretized using the power-law scheme. The SIMPLER algorithm was used to determine the pressure from continuity equation. The discretized algebraic equations are solved by the line-by-line tri-diagonal matrix algorithm (TDMA). Convergence was obtained when the maximum relative change between two consecutive iteration levels fell below  $10^{-4}$ , for  $U$ ,  $V$  and  $\Theta$ . Calculations were carried out on a PC with a 3.2 GHz CPU.

#### 3.1 Grid independence study

In order to find the proper grid size which yields reasonably accurate predictions, grid sensitivity tests are conducted. Three uniform grid meshes are used  $50 \times 50$ ,  $80 \times 80$  and  $100 \times 100$  nodes for  $Re=100$ ,  $Ri=Gr/Re^2=0.1$ ,  $\phi=0.04$ ,  $S=0.25$  and the results of the grid variation study are presented in Tab. 2. Based on the results, of which the  $80 \times 80$  grid is adopted for all computations.

Table 2: Mean Nusselt number of the heat source obtained for each grid size,  $\phi=0.04$ ,  $Re=100$ ,  $Ri=0.1$

Mesh size	Num
$50 \times 50$ nodes	5.106859
$80 \times 80$ nodes	4.824586
$100 \times 100$ nodes	4.786532

#### 3.2 Code validation

In order to verify the accuracy of the present study, the numerical code was validated with the numerical results of Rahman et al. [Rahman, Billah, Hasanuzzaman et al. (2012)] and Muthamilselvan et al. [Muthamilselvan, Kandaswamy and Lee (2010)]. For Rahman et al. [Rahman, Billah, Hasanuzzaman et al. (2012)], a comparison of mean Nusselt number (at the hot wall) for mixed convection in a lid-driven square enclosure was presented. The two horizontal walls of the enclosure are insulated, while the vertical walls are kept differentially heated by constant temperature. For Muthamilselvan et al. [Muthamilselvan, Kandaswamy and Lee (2010)], we compared also mean Nusselt number at the hot wall for mixed convection in a lid-driven enclosure filled with nanofluids. The cavity is heated at the top wall and cooled at the bottom one, while the vertical boundaries are insulated. The results are respectively documented in Tab. 3 and Tab. 4. The comparisons reveal an excellent agreement with the reported studies.

Table 3: Comparison of mean Nusselt number obtained in our results with those of Rahman et al. [Rahman, Billah, Hasanuzzaman et al. (2012)]

Num			
Ri	Rahman	Present study	% difference
0.0	4.50	4.662	3.60
1.0	3.80	3.995	5.13
3.0	4.65	4.868	4.69
5.0	5.10	5.215	2.25

Table 4: Comparison of mean Nusselt number obtained in our results with those of Muthamilselvan et al. [Muthamilselvan, Kandaswamy and Lee (2010)]

Num			
$\varphi$	Muthamilselvan	Present study	% difference
0.00	2.26	2.282	0.97
0.02	2.40	2.416	0.67
0.04	2.56	2.558	0.08
0.06	2.73	2.707	0.84
0.08	2.91	2.866	1.51

#### 4 Results and discussion

Numerical analysis has been performed at the following values of governing parameters: Reynolds number  $Re=100$ , Richardson number ( $Ri=0.01, 1, 10, 100$ ), dimensionless sizes of the heat source ( $S=0.25, 0.50, 0.75$ ), solid volume fraction ( $\varphi=0, 0.02, 0.04, 0.06$ ). We considered four types of Nanofluids.

##### 4.1 Effect of the Richardson number

In order to study the mixed convection in the square cavity filled with nanofluids and containing the heated source, the Richardson number  $\langle Ri=Gr/Re^2 \rangle$  represents a key factor, which characterizes the relative importance of buoyancy driven natural convection to the lid driven forced convection. Simulations were accomplished for the Richardson numbers ( $Ri=0.01, 1, 10$  and  $100$ ) to see its effect on the flow structure and heat transfer in the cavity. The other parameters kept constant in this section are: Reynolds number  $Re=100$ , the nanofluid chosen for this effect is Copper-water, its volume fraction is  $\varphi=0.04$  and the heat source size is  $S=0.25$ .

Fig. 2 draws the variation of the mean Nusselt number at the heat source surface versus the Richardson number. We observe that for  $Ri<1$ , the mean Nusselt number remains constant until  $Ri$  reaches the value of 1. Then by increasing Richardson number  $Ri>1$  (i.e. passing from the forced convection dominating towards the natural convection

dominating effect), the mean Nusselt number increases by 175.61% at  $Ri=100$ . As a result of this significant improvement in heat transfer inside the cavity, we can produce a better cooling of the heat source by increasing the Richardson number to natural convection dominating regime. This will allow us to reduce the velocity of the lid and economize the energy required for its movement.

In order to examine the effect of the Richardson number on the heat removal rate from heat source faces, we investigated the variation of the mean Nusselt numbers of the heat source faces Num1, Num2, Num3, and Num4 with the  $Ri$  varying from 0.01 to 100, the results are presented in Tab. 5. We remark that the mean Nusselt number Num3 of the right face is better than the other faces for  $Ri < 10$ , but for  $Ri=100$ , the Nusselt number Num1 of the left face becomes higher than the other's.

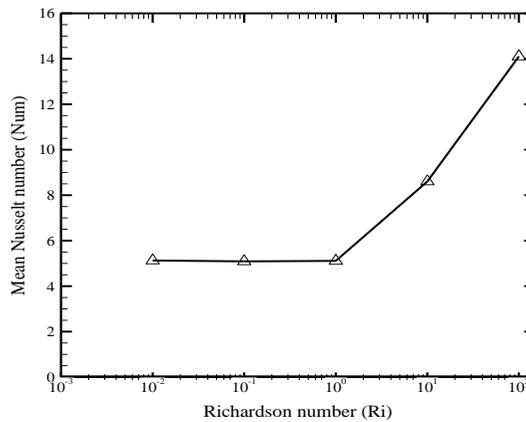


Figure 2: Variation of the mean Nusselt number at the heat source surface with the Richardson numbers ( $Ri=0.01, 1, 10, 100$ ), for copper-water nanofluid,  $S=0.25$ ,  $Re=100$  and  $\phi=0.04$

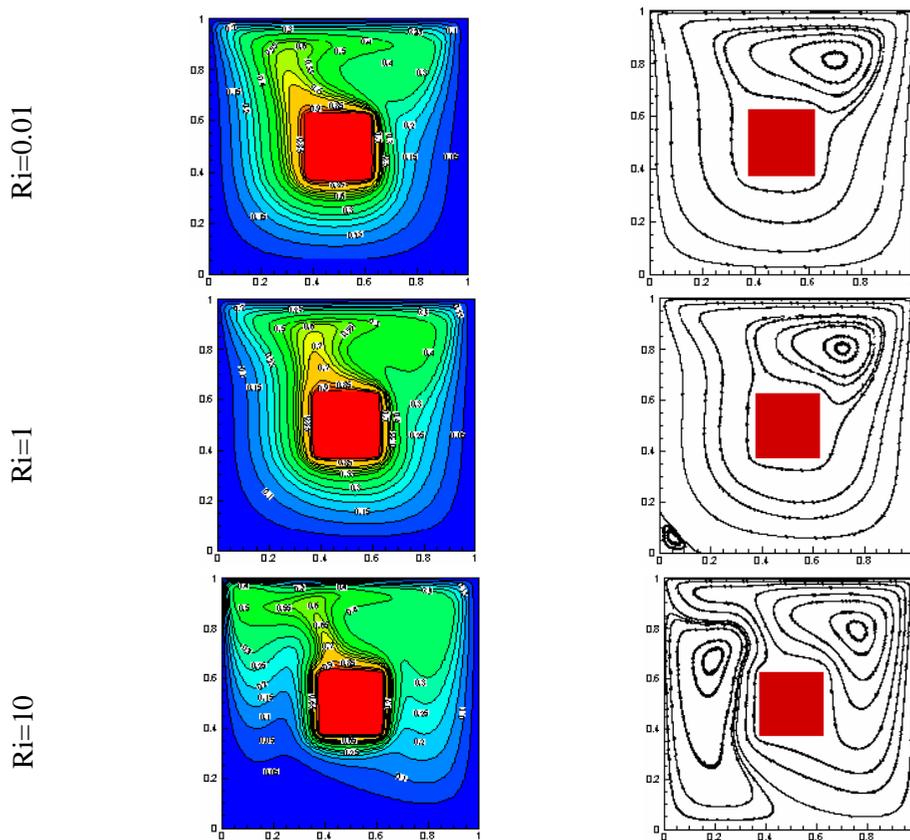
Table 5: Variation of the mean Nusselt numbers Num1, Num2, Num3, and Num 4 at the faces of the heat source with the Richardson numbers, for cavity filled with copper-water nanofluid,  $\phi =0.04$ ,  $Re=100$  and  $S=0.25$

<b>Ri/ Nu faces</b>	<b>Num1</b>	<b>Num2</b>	<b>Num3</b>	<b>Num4</b>
<b>Ri=0.01</b>	0.893	1.201	1.856	1.176
<b>Ri=1</b>	1.224	0.994	1.582	1.317
<b>Ri=10</b>	2.436	1.196	2.581	2.391
<b>Ri=100</b>	4.322	1.955	4.234	3.592

Fig. 3 illustrates the effect of different Richardson numbers ( $Ri=0.01, 1, 10,100$ ) on the streamline and isotherm contours. For small values of Richardson number ( $Ri=0.01$ ), the flow and temperature fields within the cavity are dominated by forced convection effect: the flow is characterized by a strong rotating clockwise cell with its center near the top right corner of the enclosure, this vortex is generated by the rightward motion of the upper lid dragging the adjacent fluid. By increasing Richardson number to moderate

values ( $Ri=1.0$ ), buoyancy and shear forces are equally important, we can see the appearance of a minor eddy near the left bottom in addition to the previous main cell. For another increase of Richardson number to large values ( $Ri=10$ ), where the flow and temperature fields are dominated by natural convection effect, we observe that the natural upward flow in the left and right regions of the cavity become more important and we obtain two vertical recirculation cells, a clockwise circulating cell on the right and counter clockwise circulating one on the left. For  $Ri=100$ , we observe that the two cells become of similar importance and the fluid rises around the heat source as a thermal plume, due to the buoyancy driven natural convection. An increase in  $Ri$  leads to an intensification of the convective flow which can be demonstrated by comparison of the magnitude of maximum stream functions at different Richardson numbers.

$$\psi_{max}^{Ri=0.01}=0.000002757 < \psi_{max}^{Ri=1}=0.000029103 < \psi_{max}^{Ri=10}=0.1395433 < \psi_{max}^{Ri=100}=0.7698158.$$



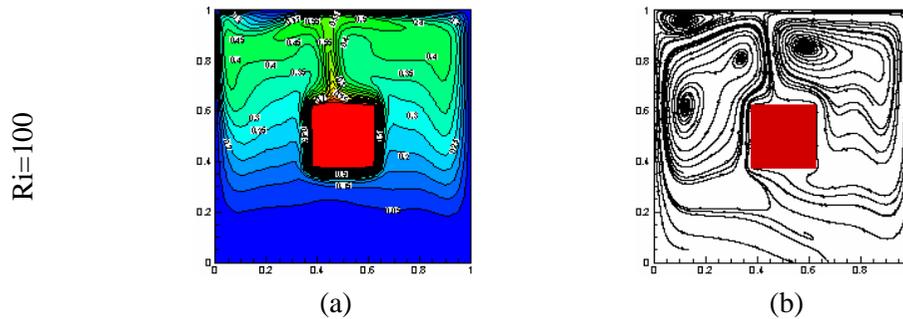


Figure 3: Isotherms (a) and streamlines (b) for copper-water filled cavity at different Richardson numbers ( $Ri=0.01, 1, 10, 100$ ), for  $Re=100, S=0.25$  and  $\phi=0.04$ .

As the Richardson number is increased, the temperature fields are changed and the isotherms get compacted near the top of the cavity and around the corners of the heat source, which indicates the development of thin boundary layers with large temperature gradients, and high heat flux from these surfaces.

Fig. 4 (a) presents the  $v$ -velocity profiles along the horizontal mid-plane ( $Y=0.5$ ) of the enclosure for various values of the Richardson number  $Ri$  ( $Ri=0.01, 1$ , and  $10$ ). The space around the heat source is divided into two vertical channels. The left channel is between the left cavity wall and the left surface of the heat source and the right channel is between the right cavity wall and the right side of the heat source. When we observe the  $v$ -velocity profiles, we see that for the values of  $Ri \leq 1$ , the flow is downward in the right channel and upward in the left one. Also, at high values of Richardson number ( $Ri=10$ ), the flow is ascendant near the vertical sides of the heat source and descendant next to the lateral sides of the enclosure, the presence of the two strong vertical cells is apparent.

Fig. 4 (b) illustrates the  $u$ -velocity profiles along the vertical mid-plane ( $X=0.5$ ) of the cavity, for different Richardson numbers  $Ri$  ( $Ri=0.01, 1$ , and  $10$ ), we observe that the velocity starts with positive values in the space between the cavity lid and the top surface of the heat source, takes negative values and becomes zero at the heat source surface which confirm the presence of the recirculation cell on the top of the heat source. In the lower space of the cavity, the velocity exhibits negative parabolic flow especially for  $Ri \leq 1$ . These profiles are conformed to the specified boundary conditions and the flow pattern in Fig. 3.

#### 4.2 Effect of the heat source size

In this section, we will investigate the influence of increasing the heat source size  $S$ , on heat transfer and fluid flow. Different source sizes ( $S=0.25, 0.5$ , and  $0.75$ ) are considered in this configuration. The cavity is filled with Copper-water nanofluid. The parameters kept constant in this section are:  $Re=100$  and the solid volume fraction  $\phi=0.04$ . Simulations were accomplished for the Richardson numbers ( $Ri=0.01, 1, 10$  and  $100$ ).

The Fig. 5 shows the variation of the mean Nusselt number in function of the heat source size and Richardson number.

We remark that for heat source sizes ( $S=0.25$  and  $0.5$ ), the mean Nusselt number doesn't

vary so much for ( $Ri < 1$ ), but beyond the value of  $Ri = 1$ , the mean Nusselt number increases more rapidly. However, for  $S = 0.75$ , the mean Nusselt number remains constant until  $Ri = 10$ , then increases by increasing the Richardson number.

For  $Ri \leq 1$ , when increasing the heat source size from  $S = 0.25$  to  $S = 0.5$ , the mean Nusselt number decreases from 5.12 to about 4.55, however when we increase the size from  $S = 0.50$  to  $S = 0.75$ , the mean Nusselt number increases to about 5.99. For the natural convection dominating regime ( $Ri = 10$ ), when increasing the heat source size from  $S = 0.25$  to  $S = 0.5$ , the mean Nusselt number decreases from about 8.60 to about 5.80, but when we increase this size to  $S = 0.75$ , the mean Nusselt number increases to about 6.

For higher values of Richardson number ( $Ri = 100$ ), when we increase the heat source size from  $S = 0.25$  to  $S = 0.5$ , the mean Nu number decreases from about 14.10 to 9.97 then it doesn't change when  $S$  increases to  $S = 0.75$ . We conclude that at a fixed  $Ri$  number, the mean Nusselt number decreases when the heat source size is increased from  $S = 0.25$  to  $S = 0.50$ , then increases for a further increase of the heat source size. For  $S = 0.75$ , the mean Nusselt number remains constant until  $Ri$  reaches  $Ri = 10$ , but has higher values in comparison with the other heat source sizes.

The highest Nusselt number is obtained for the lower heat source size studied  $S = 0.25$  at  $Ri = 100$ .

Fig. 6 illustrate streamline and isotherm contours at various Richardson numbers ( $Ri = 0.01, 1, 10$ ) and for the following sizes of the heat source ( $S = 0.5$ , and  $0.75$ ). Compared with Fig. 3, at low values of Richardson number ( $Ri = 0.01$ ), we observe in the streamline contours, when increasing the heat source size from  $S = 0.25$  to  $S = 0.50$ , that the main recirculation bubble on the top of the enclosure is compacted between the lid and the top of the heat source and the flow becomes like a channel flow in the other parts of the cavity. By increasing more the size of the heat source to  $S = 0.75$ , this cell is more and more compressed while the flow is still like a channel flow in all the remaining parts of the cavity.

The same observations are done when increasing Richardson number to ( $Ri = 1$ ), where mixed convection is the dominating effect, the only differences are the appearance of a minor eddy in the left bottom of the enclosure which becomes more little for  $S = 0.50$  and disappears for  $S = 0.75$ . With another increase of Richardson number to ( $Ri = 10$ ), the upward flows become very important due to buoyancy driven natural convection, we can observe two vertical cells of different sizes and at their contact surface, on the left top of the heat source, the fluid rises like a plume and low temperatures are observed in the bottom part of the enclosure. These observations are done for both cases of  $S = 0.25$  and  $S = 0.50$ , the difference between them is that for  $S = 0.50$ , the vertical cells observed have distant cores: one is near the left side and the other is near the top right side. For  $S = 0.75$ , the vertical cells are squeezed in their respective vertical channels.

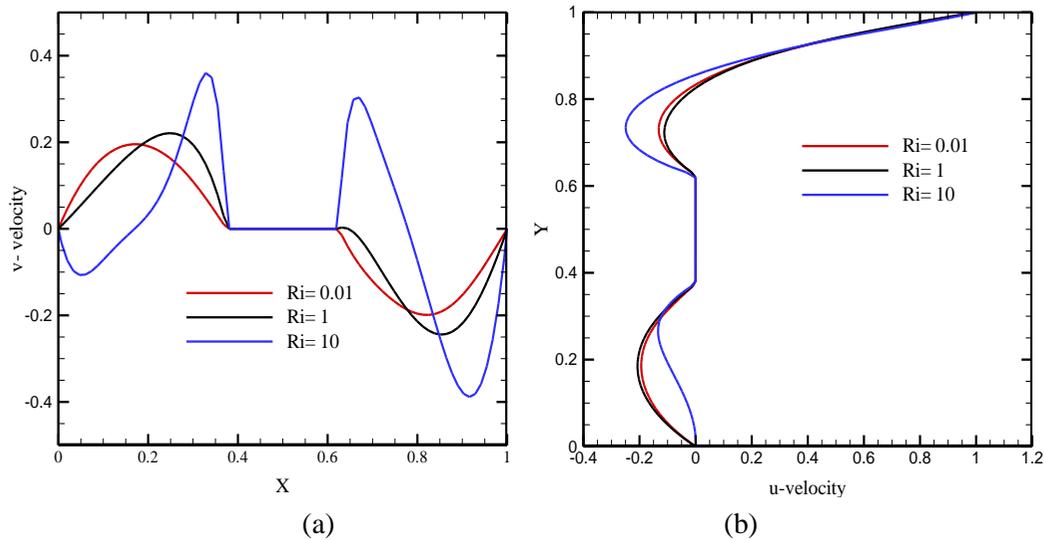


Figure 4: (a) v-velocity and (b) u-velocity profiles along the horizontal and vertical mid-planes respectively in the copper-water filled cavity at different Richardson numbers ( $Ri = 0.01, 1, 10$ ), for  $Re=100$ ,  $S=0.25$  and  $\varphi=0.04$

For all regimes, as the heat source size is increased, temperature distributions are changed.

Fig. 7 (a) presents the hydrodynamic behaviour of the convective flows in terms of the v-velocity profiles along the horizontal mid-plane ( $Y=0.5$ ) of the enclosure for various values of the heat source size ( $S=0.25, 0.5$  and  $0.75$ ) and at the Richardson numbers  $Ri$  ( $Ri=0.01, 1$ , and  $10$ ). When we observe these profiles, we see that for all the sizes of the heat source, at values of  $Ri \leq 1$ , the flow is downward in the right channel and upward in the left one. At  $Ri=10$ , for  $S=0.25$  and  $S=0.50$ , the presence of strong and vertical recirculation cells is evident. Concerning the case of  $S=0.75$ , these cells are compressed in their respective channels and the v-velocity exhibits parabolic profiles. The u-velocity profiles illustrated in Fig. 7 (b) are parabolic in all cases and all regimes. We observe that the intensity of the vertical and horizontal components of velocity is larger for high values of Richardson number.

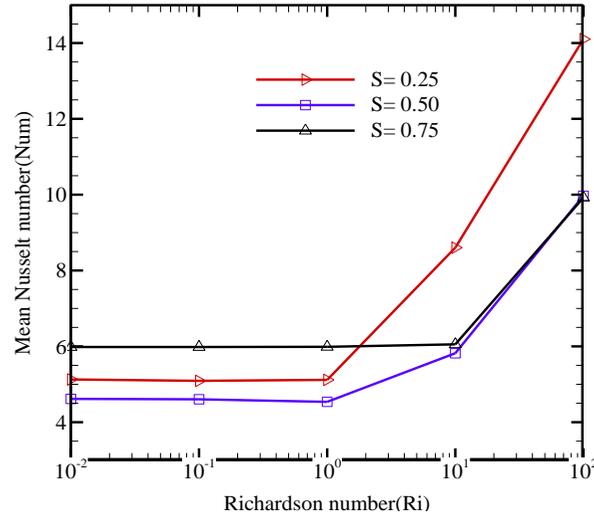


Figure 5: Variation of mean Nusselt number with Richardson number ( $Ri=0.01, 0.1, 1, 100$ ), for different heat source sizes ( $S=0.25, 0.50, 0.75$ ),  $Re=100$  and  $\phi=0.04$

#### 4.3 Effect of the solid volume fraction

To study the effect of solid volume fraction, on the flow and heat transfer, in the cavity filled with the copper-water nanofluid and subjected to a heat source with a size taken as  $S=0.25$ . Computations were carried out for  $\phi$  taking the values 0, 0.04 and 0.06 and for Richardson numbers ( $Ri=0.01, 1, 10$ ). The parameter kept constant in this section is Reynolds number  $Re=100$ .

Fig. 8 displays the effect of the nanoparticles volume fraction, on the mean Nusselt number of the heat source surface at different Richardson numbers, we can see that increasing the solid volume fraction of the nanofluid leads to an increase of the mean Nusselt number for all studied regimes, we note that more intensive increase of mean Nusselt number occurs at low  $Ri$ .

Fig. 9 and 10 illustrate streamline and isotherm contours at various Richardson numbers ( $Ri=1, 10$ ) respectively and for different values of copper volume fractions. Clear differences are observed in the isotherm contour plots of Cu-water nanofluid compared to the case of pure water ( $\phi=0$ ), we observe that increase in solid volume fraction leads to decrease of the fluid temperature in the enclosure. However, increasing the solid volume fraction of nanoparticles does not influence the intensity of the stream function for all the Richardson numbers studied. This can clearly be proved by comparison of the magnitude of maximum stream functions obtained for different solid volume fraction of Cu-water nanofluid in Tab. 6.

Fig. 11 (a) and Fig. 11 (b) present respectively the  $v$ -velocity profiles along the horizontal mid-plane ( $Y=0.5$ ) and  $u$ -velocity profiles along the vertical mid-plane ( $X=0.5$ ) of the enclosure at different Richardson numbers ( $Ri=0.01, 1, 10$ ), for pure water and the following values of copper volume fraction  $\phi=0.04$  and  $0.06$ . Increasing the solid volume fraction does not influence so much the velocity profiles for  $Ri \leq 10$ .

**4.4 Effect of the nanofluid material**

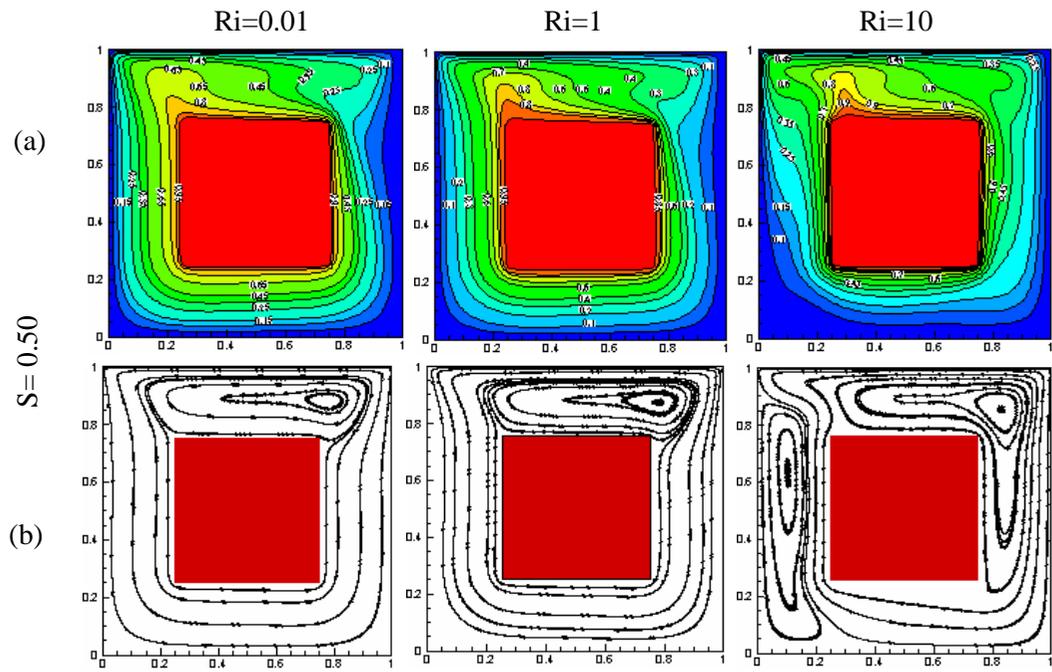
We examine in this section the effects of nano-suspensions material, on the heat transfer rate, for the four types of nanoparticles: Cu, Ag, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> and TiO<sub>2</sub>. The enclosure is subjected to a central heat source with a size taken as S=0.25 and for Richardson numbers (Ri=0.01, 1, 10 and 100).

The parameters kept constant are: the Reynolds number which is fixed at 100 and the solid volume fraction  $\phi=0.04$ .

The variation of the mean Nusselt number of the heat source, with the nanofluid nature, at different Richardson numbers is depicted in the Tab. 7. The results show that with copper or silver nanoparticles, the mean Nusselt number is higher than with alumina or titanium nanoparticles, this is due to the highest values of their thermal conductivity in comparison with the other nanoparticles. The lowest mean Nusselt number is obtained for TiO<sub>2</sub> nanoparticles.

The Tab. 8 displays the percentage of heat transfer rate increase for the four types of nanofluids with respect to pure water, at several values of Richardson number. The highest increase in mean Nusselt number is obtained in the case of Cu-water nanofluid at Ri=0.01 and the lowest percentage increase is obtained for TiO<sub>2</sub>-water nanofluid at Ri=10. The heat transfer increase is due to increase in effective thermal conductivity of the nanofluids, which results in better thermal transport of the fluid

Also, Fig. 12 illustrates the comparison between the average Nusselt number of copper-water nanofluid at  $\phi=0.06$  with average Nusselt number obtained for pure water with respect to Richardson number, the enhancement reaches 13.67% for Ri=0.01 (forced convection dominating regime).



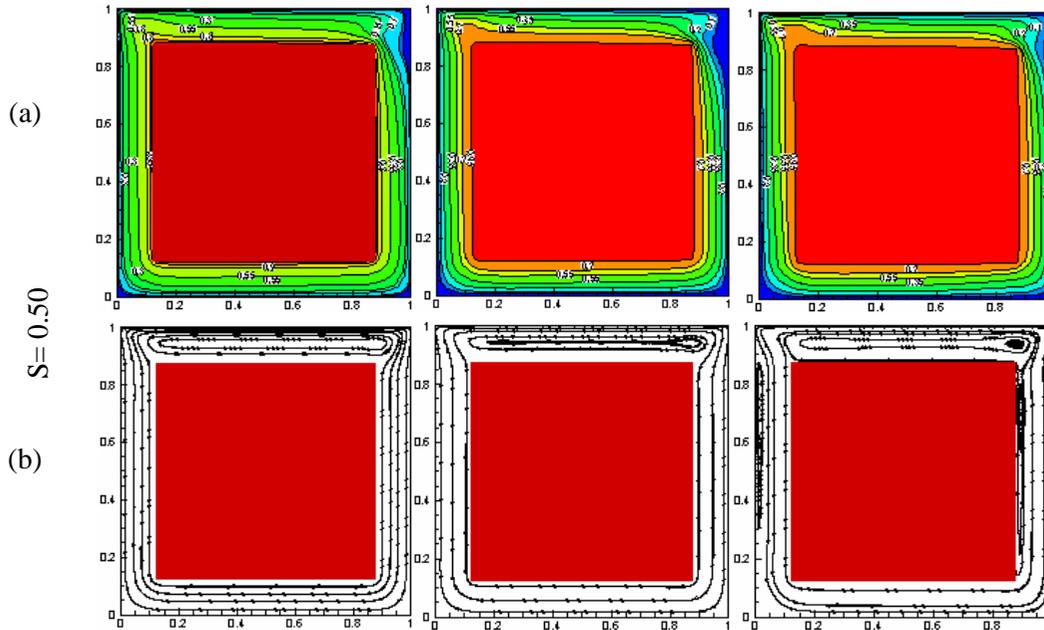


Figure 6: Isotherms (a) and streamlines (b) for copper-water filled cavity at different sizes of the heat source ( $S=0.5, 0.75$ ), different  $Ri$  numbers,  $Re=100$  and  $\varphi=0.04$

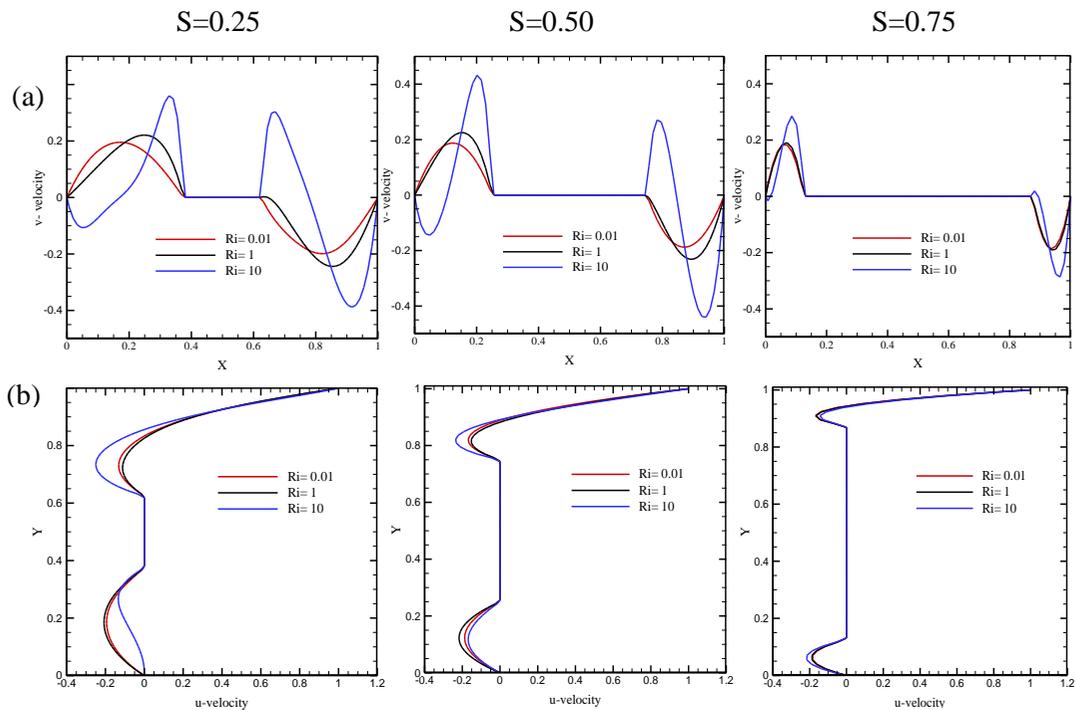


Figure 7: (a)  $v$ -velocity and (b)  $u$ -velocity profiles along the horizontal and vertical mid-planes in the copper-water filled cavity for different heat source sizes ( $S=0.25, 0.50, 0.75$ )

and at Richardson numbers ( $Ri=0.01, 1, 10$ ),  $Re=100$ ,  $\phi=0.04$

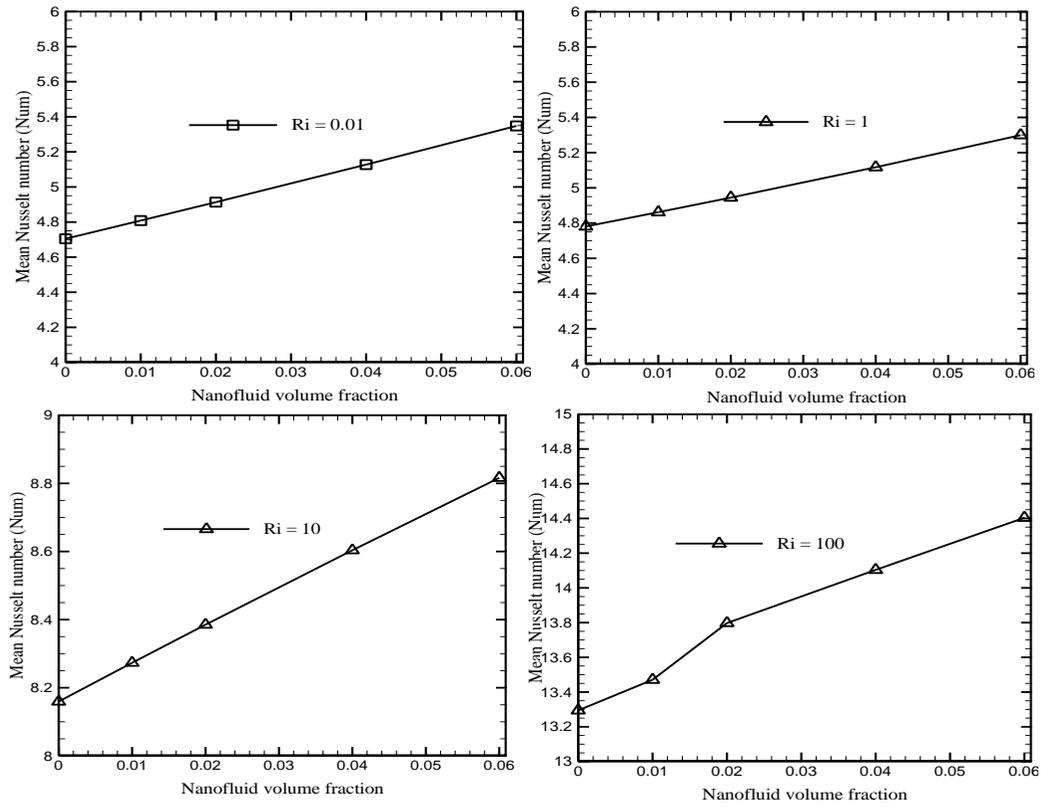
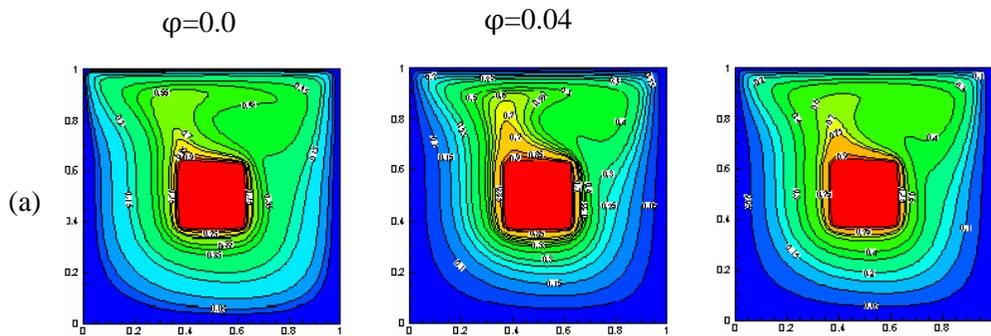


Figure 8: Effect of the nanoparticles volume fraction on the mean Nusselt number at different Richardson numbers ( $Ri=0.01, 1, 10, 100$ ). The cavity is filled with copper-water nanofluid,  $Re=100$  and  $S=0.25$



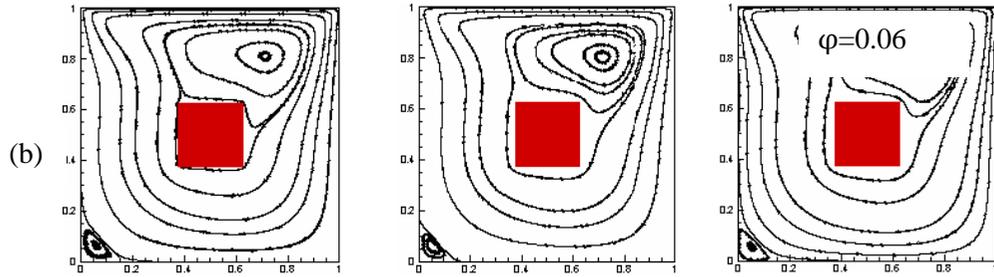


Figure 9: Isotherms (a) and streamlines (b) in the copper-water filled cavity at different solid volume fractions ( $\phi=0, 0.04$  and  $0.06$ ) for  $Ri=1, Re=100$  and  $S=0.25$

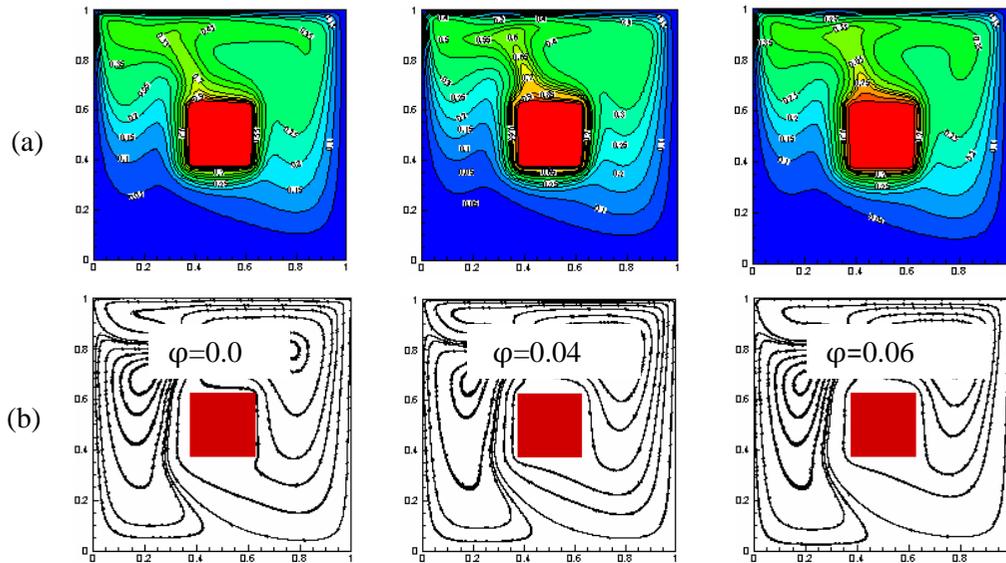
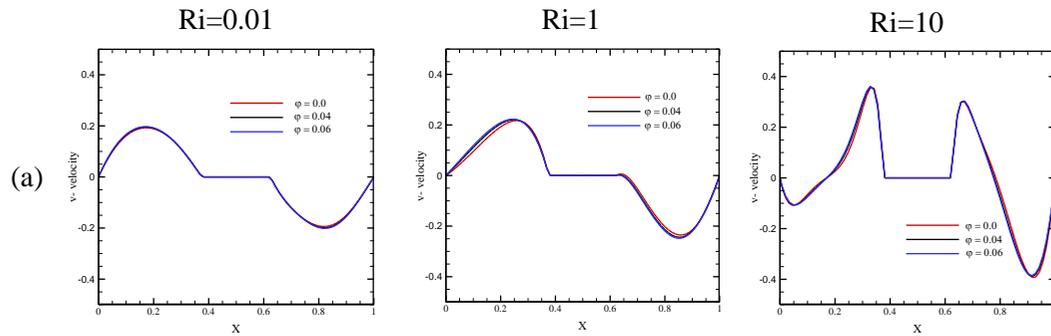


Figure 10: Isotherms (a) and streamlines (b) in the copper-water filled cavity at different solid volume fractions ( $\phi=0, 0.04$  and  $0.06$ ) for  $Ri=10, Re=100$  and  $S=0.25$



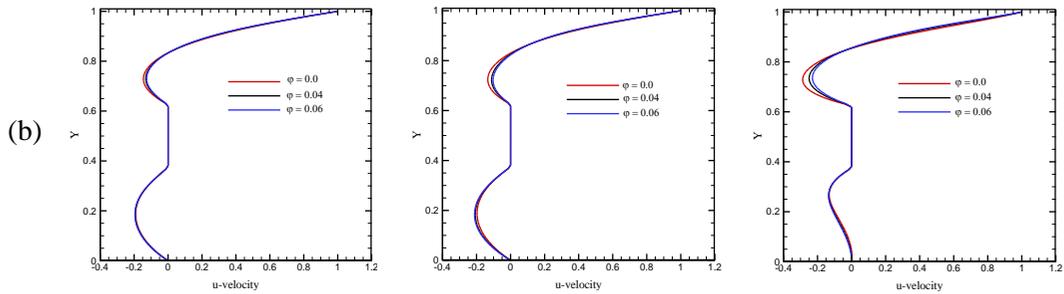


Figure 11: (a) v-velocity and u-velocity (b) profiles along the horizontal and vertical mid-planes in the copper-water filled cavity at various Richardson numbers ( $Ri=0.01, 1, 10$ ) and for different solid volume fractions ( $\varphi=0.0, 0.04, 0.06$ ) for  $Re=100$  and  $S=0.25$

Table 6: Variation of the maximum stream function with the nanofluid volume fraction at different Richardson numbers,  $Re=100$  and  $S=0.25$ .

Maximum stream function $\psi_{max}$				
Ri/ $\varphi$	$\varphi=0.00$	$\varphi=0.02$	$\varphi=0.04$	$\varphi=0.06$
<b>Ri=0.01</b>	$2.6218e^{-6}$	$2.6909e^{-6}$	$2.7569e^{-6}$	$2.8176e^{-6}$
<b>Ri=1</b>	$3.8064e^{-5}$	$3.3655e^{-5}$	$2.9103e^{-5}$	$2.6278e^{-5}$
<b>Ri=10</b>	$1.4239e^{-2}$	$1.4037e^{-2}$	$1.4012e^{-2}$	$1.3954e^{-2}$

Table 7: Variation of the mean Nusselt number at the surface of the heat source with the nanofluid nature at different Richardson numbers,  $\varphi=0.04$ ,  $Re=100$  and  $S=0.25$

Num					
Ri/ fluid	Num,w pure water	Cu-water	Ag-water	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> -water	TiO <sub>2</sub> -water
Ri=0.01	4.705	5.127	5.103	5.091	5.078
Ri=1	4.781	5.117	5.091	5.080	5.078
Ri=10	8.159	8.604	8.587	8.549	8.455
Ri=100	13.295	14.103	14.062	13.867	13.828

Table 8: Percentage of heat transfer rate increase for different nanofluids with respect to pure water at different Richardson numbers,  $\phi=0.04$ ,  $Re=100$  and  $S=0.25$ .

$((Num-Num, w)*100/Num, w) \%$				
Ri/ nanofluid type	Cu-water	Ag-water	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> water	TiO <sub>2</sub> water
Ri=0.01	8.969	8.459	8.204	7.928
Ri=1	7.028	6.484	6.254	6.212
Ri=10	5.454	5.246	4.780	3.628
Ri=100	6.077	5.769	4.302	4.009

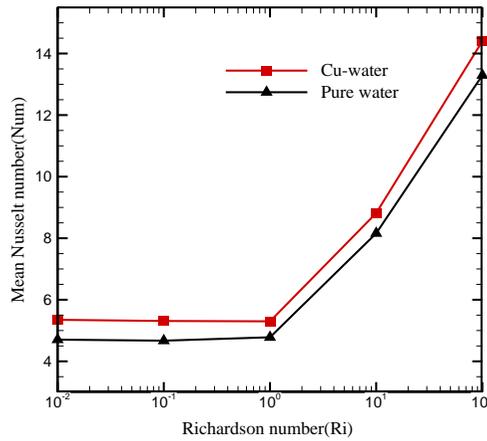


Figure 12: Comparison between the mean Nusselt number of the copper-water nanofluid at  $\phi=0.06$  with the mean Nusselt number obtained for pure water at different Richardson numbers ( $Ri=0.01, 0.1, 1, 10, 100$ ), for  $Re=100$  and  $S=0.25$

### 5 Conclusion

This study has performed a numerical investigation into the mixed convection heat transfer performance of water-based nanofluids confined in a lid driven square enclosure with a centred isotherm heat source. In modelling the cavity, we assumed that all the walls are cooled at constant temperature  $T_c$ , and the top wall moves rightward at a constant velocity.

The governing equations were solved using finite volume approach by the SIMPLER algorithm. The simulations considered four types of nanofluids (Cu, Ag, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, TiO<sub>2</sub>)-Water and focused on the effects of respectively the Richardson number, heat source size, solid volume fraction and nanofluid nature on the flow streamlines, isotherm distribution and mean Nusselt number. Following conclusions can be drawn from the numerical simulation results.

- For the following heat source size ( $S=0.25, 0.50$ ), the mean Nusselt number remains constant with increasing the Richardson number until the latter reaches the value of 1, beyond which the mean Nusselt number increases more fastly. The results show that heat transfer is improved by 175.6% with increasing  $Ri$  from 1 to 100. For  $S=0.75$ , the mean Nusselt number doesn't change till the Richardson number reaches the value of  $Ri=10$ . For further increase in Richardson number, the mean Nusselt number increases rapidly. Increasing  $Ri$  leads to an intensification of the convective flow. As a result, we can produce a better cooling of the heat source by increasing the Richardson number to natural convection dominating regime. This will allow us to reduce the velocity of the lid and economize the energy required for its movement.
- We remark that for  $Ri \leq 10$ , the mean Nusselt number  $Num_3$  of the right face is better than the mean Nusselt of the other faces, but for  $Ri=100$ , the mean Nusselt number  $Num_1$  of the left face becomes higher than the other's
- We conclude that at a fixed Richardson number, the mean Nusselt number decreases when the heat source size is increased from  $S=0.25$  to  $S=0.50$ , then increases for a further increase of the heat source size except in the case of  $Ri=100$ , where  $Num$  does not change when  $S$  increases from  $S=0.5$  to  $S=0.75$ . The mean Nusselt number remains constant until  $Ri$  reaches  $Ri=10$ , in the case of  $S=0.75$ , but has higher values in comparison with the other heat source sizes. The highest mean Nusselt number is obtained for the lower size studied  $S=0.25$  at  $Ri=100$ .
- Significant heat transfer enhancement could be obtained due to the inclusion of the nanoparticles into the base fluid. When the solid volume fraction of nanoparticles is increased, the mean Nusselt number increases and the temperature in the vicinity of the cavity is reduced for all the studied regimes. However, increasing the solid volume fraction of nanoparticles does not influence the intensity of the stream function for all the Richardson numbers studied.
- The comparison between the mean Nusselt number of copper-water nanofluid at  $\phi=0.06$  with mean Nusselt number obtained for pure water with respect to Richardson number shows that the enhancement reaches 13.67% for  $Ri=0.01$  in forced convection dominating regime.
- Nanoparticles with higher thermal conductivity such as copper (Cu) and silver (Ag) produce a greater enhancement in the rate of heat transfer. Whereas, alumina ( $Al_2O_3$ ) and oxide titanium ( $TiO_2$ ) nanoparticles make lower performance.

## References

- Abu-Nada, E.; Chamkha, A. J.** (2010): Mixed convection flow in a lid-driven inclined square enclosure filled with a nanofluid. *European Journal of Mechanics B/Fluids*, vol. 29, pp. 472-482.
- Abdellahoum, C.; Mataoui, A.; Oztop, H. F.** (2015): Turbulent forced convection of nanofluid over a heated shallow cavity in a duct. *Powder Technology*, vol. 277, pp. 126-134.
- Abu-Nada E.; Oztop, H.** (2011): Numerical analysis of  $Al_2O_3$ /water nanofluids in natural convection in a wavy walled cavity. *Numerical Heat Transfer, Part A*, vol. 59, pp. 403-419.

**Chemloul, N. S.; Belmiloud, M. A.** (2016): Effet des nanoparticules sur l'amélioration du transfert thermique dans une cavité carrée. *Revue des énergies renouvelables*, vol. 19, pp. 397-408.

**Garoosi, F.; Bagheri, G.; Talebi, F.** (2013): Numerical simulation of natural convection of nanofluids in a square cavity with several pairs of heaters and coolers (HACs) inside. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 67, pp. 362-376.

**Ghasemi, B.; Aminossadati, S. M.** (2009): Natural convection heat transfer in an inclined enclosure filled with a water-cuo nanofluid. *International Journal of Computation and Methodology Numerical Heat Transfer, Part A*, vol. 55, pp. 807-823.

**Heidary, H.; Kerman, M. J.** (2012): Heat transfer enhancement in a channel with block(s) effect and utilizing Nanofluid. *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 57, pp. 163-171.

**Islam, A. W.; Sharif, M. A. R.; Carlson, E. S.** (2012): Mixed convection in a lid driven square cavity with an isothermally heated square blockage inside. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 55, pp. 5244-5255.

**Kalteh, M.; Kourosh, J.; Toraj, A.** (2014): Numerical solution of nanofluid mixed convection heat transfer in a lid-driven square cavity with a triangular heat source. *Powder Technology*, vol. 253, pp. 780-788.

**Morshed, K. N.; Sharif, M. A. R.; Islam, A. W.** (2015): Laminar mixed convection in a lid driven square cavity with two isothermally heated square internal blockages. *Chemical Engineering Communications*, vol. 202, pp. 1176-1190.

**Moradi, H.; Bazooyar, B.; Moheb, A.; Etemad, S. G.** (2015): Experimental study on natural convection heat transfer of Newtonian nanofluids in a cylindrical enclosure. *Chinese Journal of chemical engineering*, DOI 10.1016/J.CJCHE.2015.04.002.

**Muthamilselvan, M.; Kandaswamy, P.; Lee, J.** (2010): Heat transfer enhancement of copper-water nanofluids in a lid-driven enclosure. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 15, pp. 1501-1510.

**Moumni, H.; Welhezi, H.; Djebali, R.; Sediki, E.** (2015): Accurate finite volume investigation of nanofluid mixed convection in two-sided lid driven cavity including discrete heat sources. *Applied Mathematical Modelling*, vol. 39, pp. 4164-4179.

**Ögüt, E. B.** (2009): Natural convection of water-based nanofluids in an inclined enclosure with a heat source. *International of Thermal Journal Sciences*, vol. 48, pp. 2063-2073.

**Patankar, S. V.** (1980): *Numerical heat transfer and fluid flow*. McGraw-Hill, NewYork.

**Rahman, M. M.; Billah, M. M.; Hasanuzzaman, M.; Saidur, R.; Rahim, N. A.** (2012): Heat transfer enhancement of nanofluids in a lid-driven square enclosure. *Numerical Heat Transfer, Part A*, vol. 62, pp. 973.

**Rashmi, W.; Khalid, M.; Ismail, A. F.; Saidur, R.; Rashid, A. K.** (2015): Experimental and numerical investigation of heat transfer in CNT nanofluids. *Journal of Experimental Nanoscience*, vol. 10, pp. 545-563.

**Rashidi, I.; Mahian, O.; Lorenzini, G.; Biserni, C.; Wongwises, S.** (2014): Natural convection of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/water nanofluid in a square cavity: Effects of heterogeneous heating.

*International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 74, pp. 391-402.

**Roslan, R. H.; Saleh, H.; Hashim, I.** (2012): Effect of rotating cylinder on heat transfer in a square enclosure filled with nanofluids. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 55 pp. 7247-7256.

**Rahman, M. M.; Parvin, S.; Rahim, N. A; Islam, M. R.; Saidur, R.; Hasanuzzaman, M.** (2012): Effects of Reynolds and Prandtl number on mixed convection in a ventilated cavity with a heat-generating solid circular block. *Applied Mathematical Modelling*, vol. 36, pp. 2056-2066.

**Selimefendigil, F.; Oztop, H.** (2014): Numerical study of MHD mixed convection in a nanofluid filled lid driven square enclosure with a rotating cylinder. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 78, pp. 741-754.

**Sivasankaran, S.; Pan, K. L.** (2014): Natural convection of nanofluids in a cavity with nonuniform temperature distributions on side walls. *Numerical Heat Transfer, Part A*, vol. 65, pp. 247-268

**Wang, G.; Meng, X.; Zeng, M.; Ozoe, H. C.; Wang, Q. W.** (2014): Natural convection heat transfer of copper-water nanofluid in a square cavity with time-periodic boundary temperature. *Heat Transfer Engineering*, vol. 35, pp. 630-640.

Nom et prénom : Fatima-Zohra BOUFRIOUA Née BENSOUICI  
Titre : Etude De La Convection Mixte Dans Une Cavite Remplie De Nanofluides  
Et Chauffee Par Une Source De Chaleur Centrale.  
Thèse Présentée pour l'Obtention  
du Diplôme de Doctorat en Génie des Procédés

### Résumé

L'étude du transfert thermique dans le domaine de la miniaturisation des dispositifs et mécanismes industriels ainsi que l'économie, par tous les moyens, de l'énergie est devenu un nouveau challenge dans la recherche scientifique au cours de ces dernières années. L'utilisation des nanofluides pour accroître de façon significative les transferts de chaleur en introduisant dans un fluide pur une faible concentration de nanoparticules est une technologie prometteuse pour relever ce défi.

Dans ce travail, nous nous intéresserons particulièrement à l'étude numérique de la convection mixte dans une cavité carrée remplie de nanofluides et dotée d'une source de chaleur de forme carrée positionnée au centre de celle-ci. Toutes les parois de la cavité sont soumises à une température fixée et la paroi supérieure se déplace vers la droite à vitesse constante (lid-driven cavity). Cette configuration permet la modélisation du refroidissement d'un élément disposé dans ce milieu confiné.

Le modèle mathématique régissant ce phénomène a été établi et les équations obtenues ont été discrétisées par la méthode des volumes finis. De nombreuses simulations numériques ont été réalisées pour l'investigation des effets du nombre de Richardson, de la taille de la source de chaleur, de la fraction volumique et du type de nanofluide sur les champs dynamique et thermique ainsi que du coefficient de transfert de chaleur de l'écoulement dans la configuration géométrique considérée.

Les résultats confirment que l'ajout des nanoparticules à l'eau améliore d'une manière significative le transfert de chaleur de l'élément confiné dans la cavité. Les nanofluides argent-eau et cuivre-eau génèrent un meilleur transfert de chaleur en comparaison avec les autres nanofluides. Les résultats indiquent aussi que la valeur de la taille adimensionnelle optimale de l'élément chauffant est  $S=0.25$  pour des nombres de Richardson caractéristiques d'un régime de convection naturelle dominante.

Mots clés : Convection mixte, cavité à paroi supérieure mobile, nanofluides, méthode des volumes finis, amélioration du transfert thermique.

Directeur de thèse : M<sup>me</sup> Samah ZERMANE Université Constantine 3

Année universitaire : 2019-2020